



DESAFÍO Y PERSPECTIVAS ACTUALES EN EL CAMPO DE LA EDUCACIÓN

**DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE MAGISTERIO PARA ENTENDER UN ENTORNO DE INTERDEPENDENCIAS, EN EL CUAL LAS DECISIONES SE BASAN EN ESTUDIOS DE PROBABILIDAD**

**Dra. Mercè Pañellas Valls**

Institución y categoría profesional: Profesora titular de la Facultat de Psicologia, Ciències de l'Educació i de l'Esport Blanquerna, Universitat Ramon Llull

**Dra. Maria Carme Boqué Torremorell**

Institución y categoría profesional: Profesora titular de la Facultat de Psicologia, Miembro del grupo de investigación en Pedagogía Social i TIC (PSITIC)

**Dra. Montserrat Alguacil de Nicolás**

Institución y categoría profesional: Directora del grado en educación Primaria y profesora titular de la Facultat de Psicologia, Ciències de l'Educació i de l'Esport Blanquerna, Universitat Ramon Llull

*Fecha de recepción: 17 de febrero de 2011*

*Fecha de admisión: 10 de marzo de 2011*

**RESUMEN**

Es indiscutible que vivimos en un entorno de interdependencias sociales, políticas y económicas, en el cual las decisiones que se toman se basan frecuentemente en estudios de estadística y probabilidad. Potenciar que los estudiantes universitarios, futuros maestros, sepan entender este entorno y no se sientan inseguros cuando tienen que entender una realidad que está inmersa en la incertidumbre y el azar, debe constituir un compromiso de la educación superior con la sociedad.

La realidad de nuestras aulas nos demuestra que los estudiantes llegan a los estudios universitarios con una formación deficiente en el campo de la probabilidad y con concepciones erróneas que están fuertemente arraigadas. En el estudio que presentamos, analizamos los mecanismos erróneos, sistemáticos y persistentes adquiridos por 148 alumnos de último curso de Magisterio, que obstaculizan el aprendizaje de los conceptos involucrados, antes de recibir formación específica en probabilidad.

Los resultados obtenidos muestran concepciones erróneas sobre las secuencias aleatorias, el concepto de equiprobabilidad, en la interpretación de la probabilidad de un suceso y en la atribución de probabilidades.

Ahora bien, reconocer una falta de conocimiento por parte de los futuros docentes para desarrollar contenidos de tipo probabilístico, implica reconocer también la necesidad de propuestas de renovación formativa universitaria.

**Palabras clave:** Formación de maestros, concepciones de los estudiantes, probabilidad, predicciones basadas en datos, competencia matemática.



## DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE MAGISTERIO PARA ENTENDER UN ENTORNO DE INTERDEPENDENCIAS, EN EL CUAL LAS DECISIONES SE BASAN EN ESTUDIOS DE PROBABILIDAD

### ABSTRACT

Indisputably, we live in an environment of social, political, and economic interdependences, where decisions are usually made based on statistics and probability studies. A commitment of higher education with society should be to promote that university students, prospective teachers, know how to understand this environment and do not feel insecure when they have to understand a reality submerged in uncertainty and chance.

The reality of our classrooms shows us that students get to university studies with deficient training in the field of probability and with deep-rooted, wrong concepts. In this study, we analyzed wrong, systematic, and persistent mechanisms acquired by 148 last-year Teacher Training students, which hinder their learning of related concepts before receiving specific training in probability.

Results show wrong concepts about randomized sequences, the concept of equiprobability, in their interpretation of the probability of an event, and in attributing probabilities.

Nevertheless, recognising this lack of knowledge in prospective teachers to develop probability-related content also implies recognising the need for proposals of university training development.

**Keywords:** Teacher training, students' concepts, probability, data-based predictions, mathematical competence.

### INTRODUCCIÓN

Las predicciones mediante resultados derivados del azar se empleaban ya en las civilizaciones antiguas, pero es en el siglo XVIII cuando se extiende a problemas físicos y en el siglo XIX surge la teoría de los errores y Bernoulli aplica el cálculo infinitesimal al cálculo de probabilidades que también fue impulsado por el Marqués de Laplace y Gauss.

En la actualidad, la teoría de la probabilidad es fundamental en la investigación social y en la toma de decisiones. Y, para tomar decisiones en base a información numérica, es preciso convivir y tratar sistemáticamente con la incertidumbre mediante la aplicación de métodos estadísticos. La probabilidad es una rama de la matemática que se encarga de conocer el azar y los fenómenos aleatorios y, precisamente, la incertidumbre inherente a los fenómenos aleatorios es uno de los aspectos que contribuyen a darle a la probabilidad una imagen de poca seriedad.

Pero los fenómenos aleatorios son asuntos muy cotidianos de los que todos tenemos experiencia desde muy pequeños, seguramente más que de fenómenos determinísticos, pero a pesar de ser habituales no son bien comprendidos y así nos podemos encontrar con personas que tienen ideas fijas acerca del comportamiento del azar que se asemejan más al pensamiento mágico que a una observación objetiva.

En nuestro mundo, muchos sucesos no se pueden predecir con certeza y la probabilidad nos permite evaluar estos sucesos, estudiando las posibilidades de que ocurran. Esto implica manejar datos reales en base a una consideración realista del azar y del riesgo. En este sentido, se justifica la importancia de que los estudiantes de los diferentes niveles educativos adquieran competencia en esta parte de las matemáticas. Los actuales currículos de los diferentes niveles de la enseñanza obligatoria resaltan esta importancia y remarcan que el estudio de los fenómenos aleatorios debe iniciarse lo antes posible.

Sin embargo, es conocido que los temas de estadística y probabilidad no se estudian suficientemente en la educación primaria ni en la secundaria. Se les dedica poca atención – normalmente a final de curso y de manera rápida – e incluso algunos profesores argumentan que son poco adecuados para los niveles de educación primaria porque es un tema muy difícil de aprender o muy difícil de enseñar, otros que se debe dar prioridad a las disciplinas consideradas más sólidas como



#### DESAFÍO Y PERSPECTIVAS ACTUALES EN EL CAMPO DE LA EDUCACIÓN

la numeración y el cálculo o la geometría, otros que no se puede abordar la probabilidad hasta que se hayan trabajado temas más avanzados de combinatoria, e incluso hay maestros que piensan que el estudio de la estadística y la probabilidad es útil únicamente en las ciencias sociales o los juegos de azar. En definitiva, no se trabajan adecuadamente porque los docentes no son conscientes del valor y necesidad que tiene para los estudiantes saber manejar el concepto de incertidumbre.

Y cuando se da, la enseñanza de la estadística y de la probabilidad que reciben los alumnos en la escuela se basa, fundamentalmente, en el cálculo, la aplicación mecánica de fórmulas y la representación gráfica. Si añadimos la falta de actividades de tipo interpretativo, nos encontramos que los estudiantes de Magisterio al llegar a la universidad tienen unos conocimientos de estadística y probabilidad escasos, como indica Molina (2007). En el campo de la probabilidad los alumnos no comprenden bien el concepto de frecuencia relativa de un suceso, la probabilidad de un suceso, la relación entre ambos, la equiprobabilidad de sucesos, la independencia, etc.

Esto nos indica que los futuros maestros muestran errores en conceptos básicos que luego pueden transmitir a los niños de la educación primaria, como expresan los estudios de Azcárate (1995); Cardeñoso (2001); Gattuso y Pannone (2002); Garfield (2003); Estrada (2007) y Batanero, Burrill, Reading y Rossman (2008). De aquí, la necesidad fundamental de la formación de los profesores que han de llevar a cabo la enseñanza de los conceptos probabilísticos (Stohl, 2005).

Diversos estudios como los de Cardeñoso (2001); Batanero, Ortiz y Serrano (2007); Guisasola y Barragués (2002); Cañizares, Batanero, Díaz y Godino (2003); Batanero, Godino y Roa (2004); Godino, Batanero y Cañizares (2005); Estrada, Díaz y de la Fuente (2006); López (2006); Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez (2006) y Shaughnessy (2006) evidencian el uso de diferentes mecanismos y estrategias probabilísticas por parte de las personas que tienen que emitir un juicio en situaciones de incertidumbre. Estos mecanismos erróneos se adquieren a través de la experiencia de la vida cotidiana y son persistentes y sistemáticos, se hacen resistentes a los cambios a medida que avanzan en niveles educativos (Gómez-Chacón, 2000), pero están regidos por el uso de unos pocos patrones analizables. Asimismo, las referencias que los futuros profesores tienen de cuando fueron alumnos de matemáticas aparecen con influencias negativas (Ernest, 2000) y falta de seguridad en la resolución de problemas.

Por otro lado, las concepciones son implícitas y difíciles de mostrar y por eso, tenemos que indagar cuáles son a partir de la información que los propios estudiantes nos muestran cuando resuelven situaciones que requieren aplicar ideas de probabilidad, entendiendo por concepción la ya clásica definición de Thompson (1992) que hace referencia a una estructura mental de carácter general, que incluye "creencias, significados, reglas, imágenes mentales y preferencias, conscientes o inconscientes"

De lo expuesto, y como consecuencia de ello, los investigadores asumen que para aprender a enseñar matemáticas, los futuros maestros tienen que considerar y replantear las propias concepciones y conocimientos sobre las matemáticas y, en concreto, sobre conceptos probabilísticos, así como las influencias externas implicadas en la enseñanza- aprendizaje. (Hernández, Palarea y Socas, 2001; Contreras y Blanco, 2002).

Entendemos, pues, que enfrentar a los alumnos de Magisterio con sus concepciones es el mejor punto de partida para crear un conflicto cognitivo que les haga sospesar y reflexionar sobre la corrección o incorrección de éstas y les cree la necesidad de formarse para su futura profesión docente.

De este modo, estudiar cómo los estudiantes de Magisterio utilizan los patrones o estrategias probabilísticas es uno de los objetivos de esta investigación y será el primer paso para poner los fundamentos de un trabajo eficaz para que desarrollen la competencia probabilística y a la vez sean capaces de formar a sus alumnos en el reconocimiento de la incertidumbre como una característi-



## **DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE MAGISTERIO PARA ENTENDER UN ENTORNO DE INTERDEPENDENCIAS, EN EL CUAL LAS DECISIONES SE BASAN EN ESTUDIOS DE PROBABILIDAD**

ca de la realidad y aprendan a manejarse con ella. Además, conocer las concepciones de estos estudiantes es necesario si queremos que su formación responda a las nuevas demandas curriculares.

### **MÉTODO**

El estudio que hemos efectuado hace referencia a concepciones de los estudiantes de Magisterio sobre estadística y probabilidad, pero por las limitaciones de espacio que impone un artículo, los datos que presentamos se reducen a una parte del estudio, la que corresponde al segundo objetivo de los dos que apuntamos a continuación.

Como la investigación es fundamentalmente descriptiva e interpretativa, hemos optado por una metodología cuantitativa de los resultados para conocer el grado de significación de los resultados obtenidos, y un método interactivo del tipo grupo de discusión que se trata de una "una técnica no directiva que tiene por finalidad la producción controlada de un discurso por parte de un grupo de sujetos que son reunidos, durante un espacio de tiempo limitado, a fin de debatir sobre determinado tópico propuesto por el investigador." (Gil, 1992-93), que nos aporta datos desde el interior del grupo y desde las propias ideas de los estudiantes. La utilización de estos dos métodos nos permite acceder a los procesos internos de los estudiantes ayudándoles a verbalizar sus recuerdos y sus expectativas sobre la probabilidad.

Los grupos de discusión son utilizados en la investigación educativa, con la finalidad de establecer y facilitar un debate que redunde en mejores resultados que los obtenidos a partir de sujetos aislados.

### **Objetivos de la investigación**

El objetivo general de este estudio es conocer algunas concepciones de los estudiantes de Magisterio respecto a conceptos fundamentales de estadística y probabilidad que después tendrán que trabajar en el aula de primaria como docentes. La finalidad, por tanto, es doble, averiguar estas concepciones para poder incidir en ellas, teniéndolas en cuenta en el programa de la asignatura de matemáticas, y favorecer así que los maestros cuando ejerzan sepan conducir adecuadamente el trabajo de los niños y niñas.

Este objetivo general lo concretamos en dos:

Averiguar si los futuros formadores de niños y niñas de educación primaria poseen los conocimientos básicos y elementales sobre estadística establecidos en los marcos referenciales de esta etapa educativa, referidos a recoger, procesar e interpretar datos y al manejo de procesos de representación, en un entorno en el que con frecuencia las decisiones se toman sobre la base de estudios estadísticos.

Detectar las concepciones de los estudiantes universitarios cuando han de explicar fenómenos aleatorios, investigando sobre los obstáculos importantes para el aprendizaje significativo de los conceptos de probabilidad.

Con este trabajo queremos contribuir a mejorar la acción didáctica de los profesores universitarios en los ámbitos mencionados, puesto que, el análisis de la información que se obtenga será necesario tenerlo en consideración en la formación de los maestros dentro del área de matemáticas y su didáctica, ya que, como hemos dicho, los conceptos erróneos se transmiten si no se adquiere una base sólida en la universidad.

### **Participantes**

La muestra de la cual se tomaron los datos está formada por 148 estudiantes de último curso de Magisterio de la especialidad de Educación Primaria, de la asignatura "Matemáticas y su didác-



## DESAFÍO Y PERSPECTIVAS ACTUALES EN EL CAMPO DE LA EDUCACIÓN

tica” de los últimos tres cursos académicos, antes de recibir formación específica en estadística y probabilidad.

### Instrumento

Para este estudio se ha elaborado un cuestionario formado por 20 ítems, 10 de estadística y 10 de probabilidad que incorpora ítems de diferentes cuestionarios ya empleados en anteriores investigaciones, para analizar conceptos previos en estadística y probabilidad, aunque en este artículo solo se analicen los referentes a probabilidad. Los ítems proceden, entre otros, de los instrumentos diseñados por Konold y Garfield explicado en Garfield (2003) y utilizados en diversos estudios, entre los cuales cabe citar el de Estrada (2007).

Respecto a la estadística, los ítems escogidos nos proporcionan información sobre: promedios, valores atípicos, influencia del valor cero en la media aritmética, influencia del contexto en la utilización de promedios, interpretación de gráficos, comparación de muestras, posición relativa de los promedios en distribuciones asimétricas, idea de asociación, máximos, mínimos y dispersión. También sobre población, muestra, tipos de muestreo y estimación en el muestreo.

Respecto a la probabilidad, los ítems incluidos en el cuestionario nos dan información sobre los juicios probabilísticos de las personas referidos a unos pocos patrones de referencia, que podemos resumir en: heurística de accesibilidad, heurística de representatividad, sesgo determinista, sesgo de equiprobabilidad y sesgo del resultado aislado como predictivo de futuros sucesos.

En el cuestionario se recogen también datos sobre los años de formación en estadística y probabilidad (por separado) antes de entrar en la universidad y las etapas educativas en las que se ha recibido.

Cabe añadir que una vez corregido el cuestionario y estudiados los resultados, se hicieron llegar a los estudiantes que habían participado y se procedió a efectuar una discusión en grupo.

### Resultados y discusión

Explicamos en este apartado los resultados obtenidos en los ítems de probabilidad del cuestionario, examinando uno de los dos ítems de que consta para cada concepto.

En primer lugar, analizamos las concepciones erróneas que en algunas ocasiones se tienen sobre las secuencias aleatorias.

En sucesos con la misma probabilidad, los estudiantes mayoritariamente entienden que hechos como el de la pregunta ¿Qué número crees que tiene más probabilidad de salir premiado en el sorteo de la lotería?

38.254; b. 00320; c. 12.345; d. 75.225; e. Todos tienen la misma probabilidad.

no tienen ninguna diferencia en cuanto a las posibilidades de ser premiados, cuestión muy evidente. Sin embargo, cuando esta idea se lleva a los grupos de discusión y de debate, algunos estudiantes en los comentarios adicionales, añaden que un número del tipo 66.666 tiene menos probabilidades de salir ya que se tendrían que repetir las cifras y que nunca comprarían números de este tipo o que empiecen por cero, por ejemplo. Vemos, pues, que aunque su conocimiento objetivo es correcto persisten ciertas concepciones que les inducen a creer que el azar hace que determinados números no sean premiados.



### DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES DE MAGISTERIO PARA ENTENDER UN ENTORNO DE INTERDEPENDENCIAS, EN EL CUAL LAS DECISIONES SE BASAN EN ESTUDIOS DE PROBABILIDAD

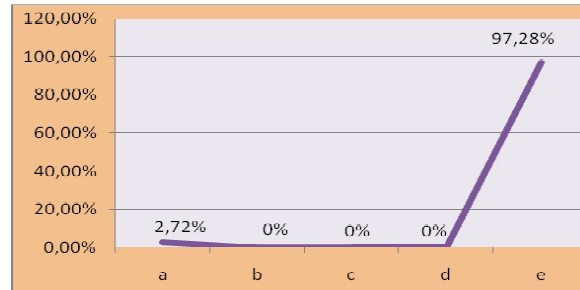


Figura 1. Porcentajes de respuestas a la pregunta *¿Qué número crees que tiene más probabilidad de salir premiado en el sorteo de la lotería?*

Ahora bien, en los ítems en los que se evalúa el sesgo de equiprobabilidad que muchas personas aplican por la creencia de que dos sucesos tienen la misma probabilidad cuando no es cierto, se siguen repitiendo los resultados de los experimentos de Lecoutre (1985, 1992), Lecoutre y Durand (1988) y Lecoutre y Cordier (1990), en los que estos autores describen la creencia de los sujetos en la equiprobabilidad de todos los sucesos asociados a un experimento aleatorio.

Podemos comprobar esta creencia, observando, en la figura 2, los resultados que los futuros maestros indican para la pregunta *¿Qué suceso es más probable al tirar 2 dados?*

Sacar un 5 y un 6; b. Sacar dos 5; c. Tienen la misma probabilidad.

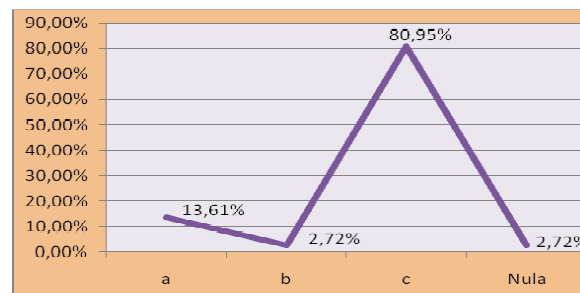


Figura 2. Porcentajes de respuestas al experimento del sesgo de equiprobabilidad

La atribución de idéntica probabilidad a los sucesos "sacar un 5 y un 6" y "sacar dos 6" por un 80,95% del alumnado nos muestra la existencia del sesgo de equiprobabilidad. Desde el punto de vista de la enseñanza, este sesgo supone la no discriminación de las situaciones en las que es o no aplicable el principio de indiferencia.

En la posterior discusión, donde se les presenta a los estudiantes los resultados, un grupo numeroso no los aceptó hasta que pudo desarrollar todas las posibles opciones que podían darse al tirar dos dados a la vez.

Vemos, pues, que transcurridas dos décadas de los experimentos de Lecoutre y sus colaboradores, los estudiantes siguen manifestando los mismos problemas en el análisis de situaciones de aparente igualdad de probabilidades, lo que reafirma la estabilidad en esta creencia.

Otra cuestión a considerar es si los alumnos tienen en cuenta el tamaño de la muestra para determinar el valor probabilístico de un suceso. La situación que se plantea es la siguiente: