

"LÒGICA" TÉ NOM DE DONA

Carlos Gallego

En psicologia i en educació fem ús d'una curiosa imatge ambivalent del raonar segons que s'apliqui a construir coneixements del món natural o del món humà. I per a això hem operat amb les categories de gènere subvertint l'ordre natural de les coses i creant-nos objectes d'estudi que acaben essent imatges projectades dels nostres propis fantasmes.

Una imatge de la lògica femenina, íntima, on el raonament es valora per les qualitats de la subjectivitat, de les intencions o de les expectatives de les persones. I una imatge masculina, pública, en la qual es valora el raonar pel poder de la seva abstracció i del seu rigor.

I donem un valor tan explicatiu a aquesta assignació de gènere als processos cognitius, que àdhuc l'associem a un significat tan fort i global de la cognició humana com el que representa el mot "epistemologia".

El mateix Brunner (1993, 141) arriba a oposar aquestes dues epistemologies diferents: "L'epistemologia del món natural, que és paradigmàtica alhora que teòrica, abstracta i impersonal; d'altra banda, l'epistemologia del món humà, que no es podria considerar només com a teoria, sinó com a història-narrativa, i està relacionada amb els estats subjectius, les intencions, les expectatives frustrades, les nocions respecte del que es pot esperar, etc."

És a dir, una epistemologia masculina per elaborar coneixements impersonals que tenen l'autoritat de ser científics, i una altra de femenina per elaborar coneixements subjectius sobre el món de les relacions personals que estiguin associats a la sensibilitat.

Com a conseqüència d'aquest ús de les categories de gènere per crear un significat a la lògica, no solament ens hem format una imatge reduccionista dels processos cognitius, sinó que ensems ens hem creat la poderosa il·lusió que el raonament es converteix en lògic i científic quan assoleix, com els altres conceptes masculins, alliberar-se de la sensibilitat, de les imatges i de la subjectivitat. De la mateixa manera que es converteix en sensible i intencional quan aconsegueix, com els altres conceptes femenins, alliberar-se de la teoria, l'abstracció i el rigor.

Tanmateix la gènesi del coneixement del món natural no té la imatge d'un procés masculí, paradigmàtic, lineal i acumulatiu, ans més aviat sembla la conseqüència d'un entramat complex de relacions dinàmiques i adaptatives entre les operacions, els significats i les significacions.

Aquesta imatge del creixement en forma de xarxa és la conseqüència del fet que els continguts dels coneixements del món natural, igual que els que versen sobre el món de les persones, es comporten com eines semiòtiques. I que fan això en la integració amb altres elements intel·lectuals com ara les emocions, les analogies, les metàfores, els sistemes de valors, les abstraccions de les dades i, fins i tot, les creences o els prejudicis.

El coneixement, que viu en la cultura i la subjectivitat, és sensible al context i els significats que la ment gestiona per la seva pròpia naturalesa cognitiva. I això és així tant en el cas que els continguts siguin fenòmens del món natural com si ho són del món humà.

Si podem obrir la finestra dels prejudicis epistemològics que tenim sobre els vincles entre les persones i els continguts que anomenem científics, i mirar les qualitats que aquests tenen quan se'ls contempla des de l'espai obert, complex, dinàmic, simbòlic i significatiu de la cultura i de la subjectivitat, ens sentirem inundats per l'evidència de tanta diversitat, de tantes creences i, per què no, de tanta eficàcia i complexitat com s'hi donen.

En contra de l'opinió de Brunner, també el coneixement de la realitat natural, i la consciència del valor significador que aporta, sembla una resposta creativa de la ment que té el seu origen en una certa *sensibilitat* epistemològica al valor de les invariants per *significar* l'experiència quotidiana.

Es tracta d'una dinàmica cognitiva complexa que inclou esquemes, operacions de diferent naturalesa, abstraccions i projeccions simbòliques de dades, però també processos mentals responsables de l'assignació de significats. Tot això, en un marc general de representació del sentit de la seva utilitat. És una imatge de la lògica que integra els elements masculins i femenins del raonar.

A cadascun dels racons als quals es pot dirigir la mirada, s'hi pot observar que les operacions lògiques i les abstraccions de dades no són, per elles mateixes, autosuficients per construir coneixements. Això no obstant, integrades amb les intencions o les expectatives de les persones, s'autoorganitzen en moviments intel·lectuals semiòtics molt més amplis, que generen coneixements autosuficients i innovadors adequats a les necessitats de significació de la vida quotidiana.

Veurem, a tall d'exemple, algunes dades preses de les matemàtiques.

Sensibilitat i significat; per exemple, matemàtiques

Hi ha poques ciències, com les matemàtiques, capaces de viure d'esquena a les persones que les construeixen. I, tanmateix, *tampoc* les matemàtiques no estan per damunt de la gent concreta i de la seva necessitat de construir significacions sobre la realitat.

També el coneixement matemàtic està enllaçat amb les visions significatives de la realitat que representen cadascuna de les cultures en les quals s'exerceix.

Aquesta imatge de les matemàtiques en qualitat de coneixement essencialment divers i vinculat a les diferents significacions de les cultures, és una ruptura radical amb la representació que té socialment atribuïda actualment.

Trenca la imatge del quefer matemàtic com una activitat masculina de descobriment de coneixements impersonals, universals, necessaris i íntimament vertaders, alhora que ens mostra el sentit femení del fet que els continguts matemàtics són produïts per persones fent servir una consciència personal.

El context que normalment associem a "matemàtiques" (precisament definit com absència de qualsevol altre context), igualment és una construcció de gènere que amaga les intencions amb les quals s'usen els conceptes matemàtics tan solament en certs grups culturalment identificables com "autoritats acadèmiques".

L'opinió generalitzada del fet que la matemàtica és fruit, únicament, d'un procés d'abstracció i de coordinació de les propietats de les coses, també és una creença de significat masculí. En la cultura se'n pot trobar un ús molt més especulatiu i divers (en el qual aquest procés d'abstracció forma tan sols un dels usos possibles). Sovint, les relacions matemàtiques (en les seves múltiples manifestacions lògiques i mètriques més o menys complexes) no s'abstrauen, en el sentit aristotèlic de la paraula, sinó que es projecten sobre la realitat com una part de les dades i dels significats que l'observador introdueix en la seva activitat de "mirar-la amb sensibilitat" per comprendre-la.

Mirat de prop estant, el coneixement matemàtic que s'observa en la cultura és conseqüència d'una activitat epistemològica que només podem comprendre si prenem consciència, precisament, del fet que no és de naturalesa femenina ni masculina, sinó una síntesi complexa d'aquestes dues dimensions.

Aquest canvi en el punt de vista, aparentment tan petit, té conseqüències significadores enormes tant des de l'òptica de la psicologia cognitiva com des de la psicopedagogia i l'ensenyament.

Per entreveure-les, n'hi ha prou que pensem en la importància que ha tingut en psicologia cognitiva la recerca de models de lògica matemàtica per explicar les raons impersonals de la ment en forma d'estructures operatòries, o bé el valor que es dona en educació a l'abstracció sensible per petits passos i el rigor formal en la formació mental dels educands.

Però pot ser que s'aprecii millor la revolució epistemològica que s'aconsegueix desconstruint el gènere de la lògica, i les seves implicacions per a la psicologia cognitiva i l'educació, si estudiem algun contingut concret. Per a això he escollit la proporció, per la importància que té en el coneixement del món natural.

Tractaré de posar en relleu que podem organitzar una història-narrativa dels estats subjectius, les intencions o les expectatives amb les quals han fet servir aquest coneixement les persones per a crear una representació teòrica i abstracta del món natural i del món humà. Amb això, el que pretenc és mostrar que admetre la naturalesa femenina de la lògica no ens obliga pas a renunciar al rigor i a l'abstracció

propis de la seva naturalesa masculina.

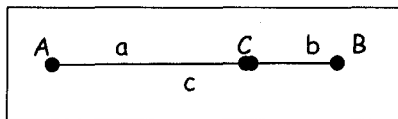
La masculinitat i la feminitat només viuen enfrontats en el món imaginari del qual elegim raons els psicòlegs i els docents per tal d'entendre, però no ho estan en l'escenari complex de la realitat, en el qual les persones deriven pel significat de les coses i les experiències construint coneixements.

1. Operació i metàfora. La proporció

L'operació de crear relacions de comparació entre les mesures, àdhuc en el cas que es realitzi de la manera més simple possible, condueix ràpidament a una xarxa molt complexa de significats (com fracció, successió o linealitat) i de significacions (mòstiques, estètiques o econòmiques, per posar alguns exemples).

L'element més simple al qual es pot aplicar la idea de comparació, mesura i relació és un segment rectilini (per exemple AB). I l'operació més fàcil en la qual es combinen aquestes tres idees consisteix a escollir un tercer punt qualsevol del segment (per exemple C) i estimar la relació que es pot establir entre les mesures dels segments que s'han format (a, b i c). Aquesta operació lògica donarà lloc a sis raons possibles: a/b , a/c , b/c i les seves inverses b/a , c/a i c/b .

Les proporcions més senzilles entre el segment c i les parts que el componen (a i b) s'obtenen igualant dues raons qualsevol d'aquestes sis.



Hi ha dues maneres d'eleger el punt C de tal manera que el segment quedi dividit amb proporció a la seva mida: o bé dividir-lo en dues parts iguals o bé fer-ho de tal manera que la raó entre les dues parts sigui igual a la raó entre una d'elles i el segment total. Com que el segment total és, al seu torn, la suma de les dues parts, aquesta segona manera també es podria explicar com la divisió en dues parts de tal manera que la raó entre elles sigui igual a la raó d'una d'elles amb la suma de totes dues ($a/b=c/a$ equival a $a/b=(a+b)/a$).

Amb qualsevol segment que realitzem aquesta operació, només existeix un punt capaç de dividir-lo en dues mesures diferents que estiguin en aquesta relació. Aquest punt rep un nom propi,

"" o "raó àuria".

El nombre es pot expressar algebraicament ($x=(x+1)/x$), numèricament: 1,61803398875... o retòricament: "Dividir una longitud en dues parts desiguals de tal manera que la raó entre la més petita i la més gran sigui igual a la raó entre aquesta última i la suma de totes dues". Euclides ho expressava com "divisió d'una longitud en mitjana i extrema raó".

Malgrat que es tracta de l'única manera possible de partir asimètricament una

longitud en proporció a ella mateixa, cap d'aquestes expressions no explica el que *representa la proporció àuria com a coneixement*. De cap d'elles no es dedueixen les raons profundes que podia tenir Goethe quan, emocionat, l'anomenava "llei matemàtica de la vida". Ni el perquè els arquitectes egipcis, en temps tan remots com els de la construcció de la gran piràmide, l'empraren per a dissenyar els seus plànols amb una precisió sorprenent. Ni tampoc el perquè el mateix Kepler la considerava de naturalesa mística.

Per poder entendre la seva força simbòlica hem de contemplar la proporció en general, de la qual és un cas singular, en el seu doble vessant d'operació i de significat autoreferencial, la qual cosa li depara una doble naturalesa operatòria i metafòrica.

A aquest doble significat es refereix Plató en el *Timeu*: "No hi ha millor vincle que el que fa de si mateix i de les coses que uneix un tot únic i idèntic. Ara bé, tal és la naturalesa de la proporció".

Com a vincle, la proporcionalitat és una operació sobre raons (per tant, que lliga operacions més simples) i representa una organització invariant d'aquestes. Com a metàfora assigna un significat qualitatiu a la naturalesa de les coses que vincula. Consisteix a afirmar que participen del mateix ritme i de la mateixa harmonia que el que constitueix la seva uniformitat estructural.

Quan Galileu va determinar que els cossos en caiguda lliure augmenten uniformement la seva velocitat, no va ser com a conseqüència de rigorosos mesuraments presos en situacions experimentals prèviament dissenyades. Ho va afirmar sense necessitat de realitzar cap mena de mesurament. Simplement, perquè l'augment proporcional era un significat adequat d'una caiguda; això sí, sempre que aquesta estigués ordenada segons els models geomètrics, que representaven les lleis que havien de regir l'univers: "Quan observo, doncs, una pedra que cau des d'una certa alçària, partint d'una situació de repòs, que va adquirint, a poc a poc, cada vegada més velocitat, ¿per què no he de creure que aquests augments de velocitat no tinguin lloc segons la més simple i evident proporció? (Galileu, 1638, 276).

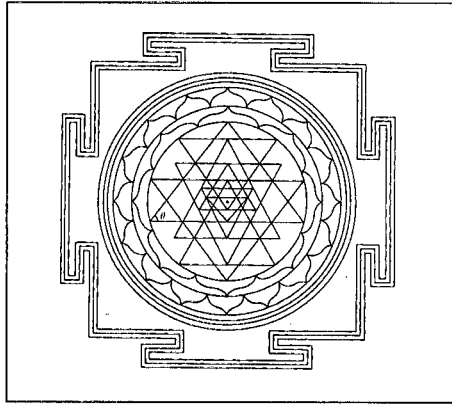
En aquest argument, Galileu escull la proporció en una dinàmica intel·lectual creadora de significacions físiques: l'ordre i l'harmonia és el sentit profund dels augments de velocitat que es perceben a primera vista.

En canvi quan l'arquitecte alemany Zeysing, vers 1850, va redescobrir la importància que tenia en arquitectura la proporció àuria, construeix una significació estètica: "Perquè un tot, dividit en parts desiguals, sembli bell des del punt de vista de la forma, ha d'haver-hi entre la part més petita i la més gran la mateixa raó que entre la més gran i el tot" (pres de Ghyka, 1983, p. 38).

Aquesta naturalesa simbòlica del coneixement que representa la proporció explica per què s'utilitza aquesta relació mètrica en totes les cultures, quan es tracta de crear models que puguin representar l'ordre, la regularitat i l'harmonia de la concordança que existeix entre coses anàlogues.

En el *Sriyantra* ("Gran objecte") la proporció pren una significació mística.

El *Sriyantra* pertany a una classe de dispositius utilitzats en la meditació en la tradició tântrica hindú



El diagrama consisteix en nou triangles isòscles entrellaçats per representar certa simbologia religiosa que ara no fa al cas. Els triangles estan disposats de tal manera que produeixen quaranta-tres triangles auxiliars. Al centre del més petit d'aquests triangles se situa un punt conegut com el bindu. El quadrat representa el recinte dintre del qual resideixen les divinitats protegides del caos.

El cas és que la construcció dels nou triangles centrals és un problema molt complex. Totes les interseccions han de ser correctes i els vèrtexs dels triangles han d'estar situats a la circumferència exterior.

És estrany, des de la posició occidental, trobar-nos amb construccions molt antigues d'un tal nivell de complexitat geomètrica. Alguns autors (Gheverghese, 1991, 327) suggereixen que aquestes figures poden indicar "l'existència d'alternatives culturals i històriques desconegudes del coneixement matemàtic". Proposa com a alternativa cultural "la tradició d'una imaginació espacial altament desenvolupada".

Però no hi pot haver "alternativa cultural" en la potència bruta de la imaginació espacial d'un grup de persones. Una societat representa una opció cultural diferent quan canvien els significats amb els quals representa el sentit del viure.

L'alternativa cultural ha de tenir a veure, necessàriament, amb la significació mística de l'ordre i l'harmonia de l'estructura de la figura, i també amb l'analogia íntima que ha d'existir entre les seves propietats geomètriques i les relacions espirituals que representa.

La construcció és complexa per a un occidental, precisament perquè no entenem quines són les propietats de les quals depèn la seva naturalesa metafòrica i no més en percebem l'organització operatòria. No es tracta d'un objecte geomètric, segons el sentit occidental de la paraula. En tot cas és un objecte geogràfic, essent la seva geografia la conseqüència de l'activitat mística organitzadora de la seva forma.

És un error de gènere creure que la naturalesa cognitiva dels Sriyantra es pot reduir als elements euclidians de la seva geometria i a les raons mètriques que existixin entre les seves dimensions, puix que té un significat global amb un paper decisiu en l'organització del sistema d'operacions necessàries per a la seva construcció.

La seva complexitat estructural mostra que la potència representacional de la proporcionalitat actua lligant les dimensions lògiques a les quals hem atribuït significat femení amb aquelles altres que ens imaginem com masculines. La proporció, relació abstracta i paradigmàtica, adquireix la naturalesa cognitiva de coneixement unint-se a les intencions que segueixen les persones en crear models significatius del món real emprant analogies.

2. Abstracció o analogia. Els conceptes grecs de proporció

"Analogia" és, precisament, el mot que fan servir els pitagòrics, i el mateix Plató, per a referir-se a la proporció, i "analogia" és, també, el mot que continua usant Euclides. Però el fet que utilitzin el mateix mot no vol dir que "proporció" tingui per a tots ells el mateix significat.

I és que la proporció no s'imposa en la cultura grega com una relació lògica pura. Es construeix emprant la lògica des de pressupòsits culturals que no es pensen, sinó que es fan servir per a pensar. I aquests pressupòsits tenyeixen tan intensament de qualitats la seva naturalesa conceptual que acaben, fins i tot, determinant la morfologia del llenguatge amb què es descriu.

La proporció, com la resta de la teoria dels nombres, "no es funda com a efecte d'una singular construcció intel·lectual, sinó, justament al contrari, com una decantació conceptualitzada de creences fermament arrelades en l'imaginari cultural" (Lizcano, 1993, 157).

La cultura hel·lènica ens ha llegat dues teories diferents de la proporció, una de les quals en deu l'origen a la visió filosòfica pròpia del pitagorisme; l'altra, que es deu fonamentalment a Èudox de Cnidos i Euclides, està profundament orientada per la doctrina aristotèlica.

Tots dos significats tenen l'origen en la manera com s'activa el raonament en cadascun dels casos. El raonament pitagòric s'acciona imaginant oposicions, creant equivalències generals entre coses diferents, mentre que el moviment intel·lectual bàsic aristotèlic consisteix a anar realitzant abstraccions de les coses per crear una imatge real de la seva naturalesa universal. Mentre que el raonament pitagòric procedeix per analogia, la qual cosa permet a la proporció moure's en el món de les successions, les harmonies o les simetries, l'abstracció aristotèlica obliga la proporció a moure's en el món de l'extensió de les coses, de la comparació que permet a les semblances convertir-se en gèneres que reflecteixin el que hi ha d'universal en les coses.

El concepte pitagòric de proporció sorgeix en un context d'especulació numèrica el contingut de la qual són les relacions recíproques entre els nombres. Les qualitats que tenen aquestes relacions són la base per raonar separant d'aquest significat les característiques que expliquin la naturalesa real de les coses. En aquesta especulació, el significat dels nombres de ser "mesura d'alguna cosa" no hi representa cap paper.

"Aquest concepte de proporció va acomplir un paper dominant en les seves especulacions filosòfiques i científiques (...) la mateixa frase es pot llegir com una proposició de geometria, de música, d'estètica general, de cosmogonia o de metafísica" (Ghyka, 1968, 30).

Aristòtil, escandalitzat, els retreu que "coses diferents seran les mateixes entre elles, atès que la mateixa espècie de nombre els pertany" (*Metafísica*, pres de Lizcano, 163).

I és que el concepte aristotèlic de proporció sorgeix en un context especulatiu que té un sentit d'oposició a la manera de raonar pitagòrica.

Davant el poder de l'analogia, Aristòtil alça la bandera del poder de l'abstracció sensible i l'organització per gèneres i diferències de les propietats ja separades de les coses. La proporció és un gènere en forma de "nombre d'alguna cosa" que s'esgota en el seu referent empíric immediat de mesura.

El concepte pitagòric, lligat al poder que té l'harmonia de crear analogies significants, no s'exhaureix, sinó que desemboca en un mar d'especulacions.

3. Raons íntimes, teories evidents. El raonament proporcional de Galileu

Galileu ens pot proporcionar un bon exemple de la importància del significat analògic en el raonament proporcional. Ho demostra la manera com es va servir de la proporcionalitat en la creació de la seva famosa llei de la caiguda lliure dels cosos: "La distància és proporcional al quadrat del temps".

Al llarg de la seva vida va elaborar tres models diferents per explicar la naturalesa real d'aquest fenomen. El primer model es troba en la seva obra *De Motu*, escrita pels volts de 1590. El segon, en unes cartes de 1604 recollides per Hanson (1958). *El tercer model és de 1638, i forma part de l'obra Consideracions i demostracions matemàtiques sobre dues noves ciències*, coneguda com *Discorsi*.

Estudiats com un conjunt, ofereixen una visió interessant dels canvis que hi hagué en la representació mental que Galileu es féu de la caiguda dels cosos.

S'hi observa com passa, progressivament, d'imaginar un model de significat material a un altre model de sentit pròpiament lògic i com, al mateix temps, canvien les dades que elegeix per organitzar-les i els significats que els dona.

Durant aquesta història, la proporcionalitat vincula a vegades unes dimensions i a vegades d'altres. Ara serveix per a representar el sentit d'uns significats; després, per a simbolitzar sentits d'altres significats diferents.

Ara respon a les implicacions de models físics; després, és una conseqüència dels models purament lògics que expliquen el sentit íntim del fenomen físic de la caiguda. I en tot moment, la proporcionalitat conserva la seva essència estructural i en canvia la consonància simbòlica.

Una proporcionalitat que s'empra en tots els casos com només pot ser-ho allò que és *naturalment evident*. És, doncs, una història de canvis en les raons íntimes, i per tant evidents, que hi ha per fer servir la proporció en la significació de la realitat.

Aquesta crònica galileana comença amb la publicació de *De Motu*, un text de tan sols vuitanta-nou pàgines que "és tant un treball de protesta com un intent d'introduir una nova solució" (Shea, 1972, 23).

Protesta de l'ús doctrinari que es fa a les universitats de l'època dels escrits d'Aristòtil i, sobretot, protesta d'alguns principis clau de la teoria aristotèlica. Princi-

palment, aquell que considera la natura com una entitat biològica i vivent, orientada teleològicament, que es podia comprendre a partir de l'experiència directa usant sil·logismes. I així mateix el menyspreu que havia mostrat per la geometria.

"Estic cansat i avergonyit d'haver d'usar tantes paraules per a refutar arguments tan infantils i tan ineptes temptatives de subtileza com les que atapeeix Aristòtil en tot el llibre *De Coelo*". I en un altre paràgraf: "Aristòtil no solament ignorava les troballes més complexes i profundes de la geometria, sinó també els principis més elementals d'aquesta ciència".

Aristòtil havia defensat la idea que la qualitat que té la velocitat de caiguda dels cossos és una manifestació més de les propietats essencials que tenen les coses. Depèn, segons la seva opinió, del pes, de la mateixa manera que la potència del ser depèn de l'acte. El medi en el qual es produeix aquesta caiguda, bé sigui aigua o aire, només en pot exercir una funció més o menys distorsionadora.

Aquesta consonància natural, metafísica, entre el pes de les coses i la velocitat a la qual cauen, només es pot representar, segons el seu parer, per la proporcionalitat. És una analogia perfecta de l'harmonia amb la qual es percep el que les coses són i aquells efectes que poden provocar. I contra tota evidència física, la velocitat de la caiguda dels cossos és, segons Aristòtil, constant i proporcional al seu pes.

A *De Motu* Galileu es va oposar, com no podia ser de cap altra manera, a aquesta explicació introduint en el model dues dades que Aristòtil havia ignorat:

- Durant la caiguda, la velocitat dels cossos no és constant, sinó que augmenta.
- Les coses no cauen segons la seva naturalesa, ans ho fan d'acord amb una relació, la qual és la diferència que hi pot haver entre el seu pes i la resistència del medi a deixar-se travessar.

L'element organitzador del model és la relació entre el cos que cau i el medi en el qual ho fa, i utilitza una analogia per a donar-hi sentit. És semblant a la relació entre la força del cos que sura i la resistència de l'aigua al fet que s'enfonsi.

Un cop decidit el significat global del model, el problema consisteix a imaginar com es produeix el canvi de velocitat. Si la resistència de l'aire a deixar-se travessar és sempre la mateixa, ha de ser degut al fet que canvia durant la caiguda la força que porta a terme l'objecte.

El pes no canvia, per tant ha de canviar una altra propietat més subtil. Serà l'*impetus*, la força que té l'objecte i que es deu al seu pes i a la força amb què ha estat llançat per algun projector.

Segons Ibarra-Mormann (1997), la dificultat de geometritzar els elements físics i el canvi de velocitat que intervenen en el problema el condueix a imaginar-lo d'una altra manera.

Aquestes dificultats el porten, el 1604, a prendre consciència que poden ser diferents les causes que expliquin la caiguda dels cossos i aquelles que determinin la manera com es produeix aquesta caiguda.

Encara el 1638 dirà: "Però realment no comprenem quin principi o quina força

mou les pedres cap avall, així com no comprenem què les mou cap amunt quan deixen la mà que les llança..." (Galileu, 1638, a Shea, 1971, 164).

És un pas més de ruptura respecte a la percepció aristotèlica del problema. Aquesta ruptura serà radical quan Galileu dissenyi un model purament lògic. Però, en línia amb la noció d'abstracció aristotèlica, el 1604 Galileu encara intenta construir un model físic de la dinàmica material que segueixen els cossos en la caiguda.

En aquest model físic procura incloure les dades que expliquin com cauen els cossos, i renuncia a totes les que puguin tenir significat per explicar per què es produeix la caiguda.

Deixa d'utilitzar la flotació com una analogia per a explicar la caiguda dels cossos. Per tant, desapareix del model la dada que fins aleshores n'havia organitzat el significat, és a dir, la relació entre la força de l'objecte en caure i la resistència del medi a deixar-se travessar.

En desapareix també com a dada el pes dels cossos, i la mateixa acceleració de la caiguda es converteix en l'element organitzador del nou model.

Decidir que el pes no és una dada significativa de les qualitats de la caiguda dels cossos té dues conseqüències significatives: és una ruptura radical amb els models acadèmics de l'època i també determinarà que la velocitat deixi de ser considerada una conseqüència de les propietats dels objectes que cauen, i passarà a ser jutjada com una conseqüència de les propietats del medi físic en el qual es produeix la caiguda.

Com a resultat de totes aquestes eleccions, el model de la caiguda que Galileu dissenya el 1604 es basa a explicar com els canvis en la velocitat de caiguda són conseqüència dels canvis en alguna variable de l'escenari en el qual el cos cau. Elegeix per a aquesta funció l'espai, però el significat que li dona, en realitat, respon a una indiferenciació entre aquest i el temps que es triga a recórrer-lo.

I la proporció, que a Aristòtil tenia un "lloc natural" d'aparèixer per significar la relació entre el cos i la seva caiguda, torna a aparèixer ara en el model de Galileu, també al seu "lloc natural", però aquesta vegada per significar la concordança entre com augmenta l'espai (confós mentalment amb el temps) que recorre un mòbil en caure i la velocitat a la qual ho fa.

Escriu: "En considerar els problemes del moviment -a fi de poder mostrar, finalment, que els fenòmens que he observat condueixen a un principi absolutament indubtable que vaig poder establir, per tant, com a axioma-, vaig arribar a una proposició que em va semblar suficientment natural i evident... la velocitat d'un cos en caiguda lliure creix en proporció a la distància que ha recorregut des del seu punt de partença".

El 1638 es debat a si mateix en diversos punts. La proporcionalitat continua essent natural, però ja no explica l'harmonia entre el fluir de l'espai i el de la velocitat, sinó entre els canvis d'aquesta i els del temps, al qual s'assigna un significat lògic al mateix temps que el diferencia de l'espai que recorre el mòbil en la seva caiguda.

No es tracta només d'un canvi de lloc de la relació que organitza el model, sinó d'una reorganització d'aquest que té a veure amb les seves propietats significatives.

Construeix un model que representa geomètricament les relacions estructurals

de les dimensions *lògiques* del problema, i no pas aquestes magnituds enteses de forma física. És a dir, elegeix, per explicar el sentit profund que té la caiguda natural dels cossos, els significats lògics, i abandona els físics. Aquest canvi en la significació es manifesta de dues maneres diferents.

Abandona la idea d'explicar el model físic en la dinàmica de la caiguda dels cossos, per la d'explicar la llei general que representa el model matemàtic d'aquesta caiguda en el buit, és a dir, en un medi lògic; per tal com era una creença comuna en els científics de l'època considerar que el buit era físicament impossible.

I mentrestant la proporcionalitat continua essent *natural*, "¿per què no he de creure que aquests augments de velocitat no tinguin lloc segons la més simple i evident proporció?" (Galileu, 1638, 276).

La mateixa estructura aritmètica que a Aristòtil manifesta la consonància natural del moviment amb el pes dels objectes, a Galileu acaba significant l'harmonia íntima, matemàtica, de les dimensions físiques que formen la naturalesa dels fenòmens naturals, és a dir, l'harmonia mateixa de l'expressió matemàtica de la naturalesa i no pas ja la particular de les coses que hi viuen.

4. En l'origen hi ha complexitat. El paleolític

Galileu utilitza una relació abstracta com la proporció en un procés epistemològic historiconarratiu, en el qual teoria i paradigma adquireixen contingut a través de la seva vinculació amb les intencions i les expectatives pròpies de la consciència íntima amb la qual ell usa les relacions matemàtiques.

Ara bé, la possibilitat d'utilitzar el raonament proporcional com un element significador de l'experiència representa una funció intel·lectual pròpia de les persones en el seu imaginar amb comprensió la significació de la seva vida quotidiana.

Hi ha d'haver una gènesi en aquest ús, una evolució en la complexitat del raonament proporcional; una gènesi, doncs, que ha d'afectar cadascun dels seus components i que repercuteix sobre la seva capacitat global de significar, això és, de generar coneixements proporcionalment.

Essent el raonament proporcional una eina semiòtica tan complexa i tan sensible al significat del context, la gènesi no pot ser lineal i acumulativa, i sempre haurà d'estar oberta a noves possibilitats de canvi, és a dir, a l'emergència de noves significacions.

¿Quan es pot dir que comença el desenvolupament del raonament proporcional? ¿Quina diferència significadora hi ha en la manera com s'empra en moments inicials i posteriors del seu desenvolupament?

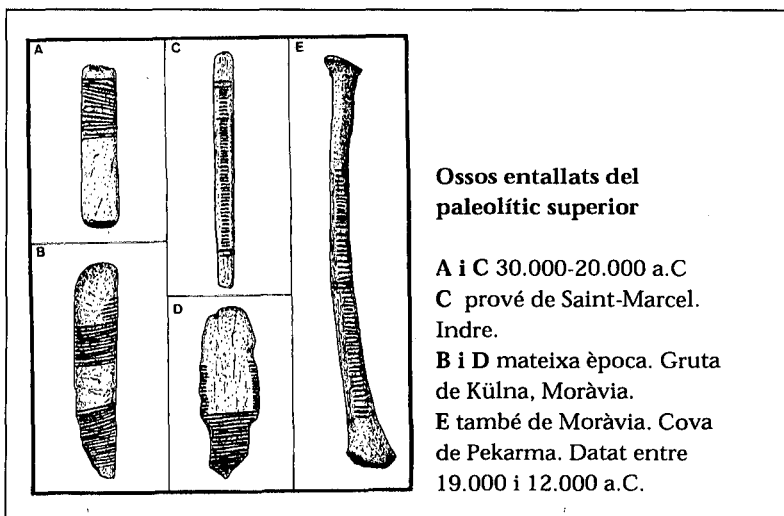
Els primers registres fòssils que presenten empremtes d'activitats humanes vinculades d'alguna manera amb la gènesi de la proporcionalitat apareixen ja al paleolític. Mostren que aquelles primeres comunitats havien començat a abstenir-se de la "proporció entre les parts" i el "ritme entre la successió" de les coses com a dades significatives, d'entre la *sopa informativa* que la vida quotidiana subministrava.

El desenvolupament del raonament proporcional està lligat, per tant, als inicis de l'activitat intel·lectual humana que donava origen a la simbolització, la comuni-

ciació i la cultura. I apareix donant sentit a activitats diferents: en l'art, en la creació d'instruments musicals, i segurament el ritme i la dansa, en activitats quotidianes en les quals la quantitat era una dada rellevant, etcètera.

Ens centrarem en un sol exemple que pugui mostrar la complexitat simbòlica del raonament proporcional, malgrat que les operacions i els esquemes que fa servir són molt primitius. Es tracta del cas dels ossos entallats.

Entallar algun objecte és, amb tota seguretat, una de les més primitives activitats humanes que han deixat empremtes clares del fet que les persones buscaven controlar quantitats. Els objectes més antics coneguts han estat trobats a Europa occidental i daten de fa uns 20.000-30.000 anys.

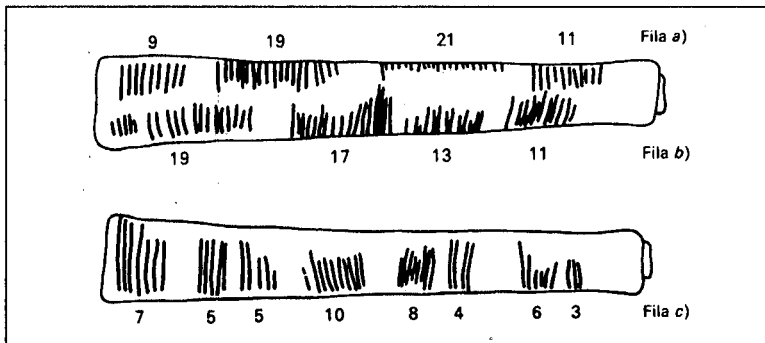


Com es pot observar en el gràfic (obtingut d'Iffrah, 1981), hi ha diferències importants entre els ossos trobats. En alguns d'aquests, les marques apareixen d'una manera regular al llarg de tot l'espai disponible. D'altres, en canvi (B,D), es distingeixen per la seva distribució en grups.

Aquesta organització de la informació al llarg de l'espai d'"escriptura" representat per l'os suggereix que la persona que el va gravar, ho feia amb la consciència que la quantitat que anava marcant-hi era una dada amb un significat més ampli que el merament quantitatiu.

Quan Nougier (1998, 173) s'hi refereix, diu: "Què pensa un neòfit davant d'un manuscrit medieval, davant dels jeroglífics d'un papir egipci o davant d'una closca de tortuga recoberta d'ideogrames? Sens dubte aquesta és la impressió que ens produeix observar aquestes grafies occidentals... Convé tractar-les amb el mateix respecte. Com uns testimonis que encara no sabem desxifrar".

Vegem-ne un exemple especialment interessant. Se'l coneix com l'os d'Ishango. L'he escollit perquè es tracta d'un objecte pertanyent a una comunitat neolítica de l'Àfrica central; per tant, serveix perfectament per a mostrar, a més, que aquesta naturalesa culturalment significada de la quantitat va ser universal i no es va limitar únicament a les àrees geogràfiques de l'Europa actual.



L'os és el mànec d'una eina. El que en queda és un objecte marró fosc sobre el qual es veuen clarament unes marques. Un examen microscòpic de l'os ha revelat que aquestes marques tenen indentacions, formes i mides diferents. També ha mostrat que l'os posseeix altres marques invisibles a ull nu.

Existeixen certs patrons numèrics a cadascuna de les files. Les marques de la fila a i de la fila b sumen, en cada cas, 60. La fila b conté els nombres primers entre 10 i 20.

Resulta sorprenent aquest registre quan es considera la distribució de les marques i no el seu simple nombre. Així, la fila a és molt consistent amb un sistema de numeració en base 10. Les marques estan agrupades en 21 (20+1), 19 (20-1), 11 (10+1) i 9 (10-1). A la fila c hi ha clarament delimitats els subgrups (5,5,10), (8,4) i (6,3). Sembla, per descomptat, un registre compatible amb algun ús del significat de la duplicació.

La hipòtesi més plausible (Cheverghese, 1991) sobre l'estratègia del registre de l'os és que les marques recollissin quantitats tot organitzant un sistema seqüencial que podria representar diferents fases de la Lluna. Aquesta naturalesa simbòlica d'instrument per assenyalar esdeveniments seqüencials en un calendari lunar és més evident si s'hi tenen en compte altres marques només visibles al microscopi.

O bé podria expressar les activitats de recol·lecció i processament de fruits secs i llavors o de la mateixa caça (totes aquestes, activitats que les dades arqueològiques recollides al mateix assentament demostren que foren importants per als Ishango). O també rituals religiosos associats amb les festes de les estacions.

Per comprendre l'abast cultural d'aquest os, n'hi haurà prou que el comparem amb el significat del calendari que tots coneixem.

El contingut dels nostres calendaris és molt més complex que no pas el simple fet de posar en correspondència la sèrie dels nombres amb el pas dels dies. També s'hi relata la visió cultural actual del ritme amb el qual el temps flueix i la manera com aquest ritme s'empra per a organitzar certs esdeveniments importants en l'activitat social. Als nostres calendaris, els nombres, el seu significat ordinal i cardinal i la seva capacitat de generar una sèrie afegint una unitat a la part anterior, formen, units a altres elements simbòlics, un text que transcendeix de bon tros l'habilitat de comptar o de registrar el resultat del comptatge.

Si l'os d'Ishango fos un calendari, igualment tindria aquesta naturalesa textual. No seria un simple compte, sinó un relat cultural del fluir del temps. Una analogia que mostra el seu significat social.

La intenció analògica implica que els Ishango tenien la capacitat d'usar la quantitat, les seves agrupacions, la comparació entre elles i la relació que en resulta, per significar culturalment el fluir dels dies.

És molt possible que no puguem saber amb certesa quina era la funció de l'os d'Ishango i, per tant, que no puguem conèixer la seva naturalesa simbòlica. Però, mirats conjuntament, els ossos entallats del paleolític superior tenen més la forma de textos numèrics que de simples comptes. La qual cosa vol dir que, ja en èpoques tan remotes, les cultures havien integrat la quantitat, i el seu registre, en activitats socials complexes i significatives. I que existia alguna mena d'ús simbòlic de les operacions de comparació de les mesures dels agrupaments que incloïa, també, el control conscient de les relacions que hi havia entre elles i del ritme com fluïen.

Els esquemes i les operacions amb els quals creaven relacions entre les quantitats eren, comparats amb els que utilitzava Galileu, molt rudimentaris. I possiblement inconscients. Al contrari, Galileu era plenament conscient de la relació i el significat estructural que usava.

Malgrat això, hem vist que un raonament proporcional que fa ús d'eines operatòries primitives és capaç de generar significats complexos i, sobretot, innovadors i autosuficients, és a dir, ajustats al nivell de comprensió de la vida quotidiana i les necessitats de crear significacions que aquesta planteja.

Els ossos entallats, les pintures, els instruments musicals... mostren que la complexitat simbòlica de la cultura paleolítica era molt més àmplia del que normalment s'ha admès. Aquesta visió complexa dels nostres avantpassats és la base de l'argumentació dels moderns antropòlegs prehistòrics (Anati, 1997).

Així mateix ens ensenyen coses sobre nosaltres mateixos, i les qualitats de la mirada amb la qual observem els orígens de la nostra pròpia història. Una visió carregada de prejudicis de gènere, en la qual usem l'"origen" en operacions lògiques com a sinònim d'"endarrerit" en significat.

Ifrah (op. cit., 12) aporta aquesta explicació sobre l'origen humà del significat de les quantitats: "Un sentit rudimentari del nombre, semblant al que tenen certs ocells, aquest és sens dubte el nucli del qual va sorgir la nostra concepció actual del nombre".

I s'hi podria afegir els prejudicis, també de gènere masculí, pels que ens entestem a observar el poder de l'abstracció com el de la capacitat d'usar coses sense sen-

tit: "El nombre abstracte no té cabuda en la mentalitat primitiva. Així, un indi nord-americà, el qual es tractava de familiaritzar amb l'anglès, no va poder traduir 'Ahir l'home blanc va matar sis óssos', puix aquest fet significava una impossibilitat material" (Rey Pastor-Babini, p. 15).

Al contrari, els registres fòssils del paleolític ens mostren que els nostres orígens cognitius estan lligats al sorgiment d'una activitat simbòlica complexa, la qual perseguia capturar el significat profund de les coses. Abstracció, operació, proporcionalitat, metàfora... tot sorgeix, doncs, de la sensibilitat epistemològica al significat, amb la qual ens convertim en criatures humanes.

Abans que el nombre, va existir el text numèric. I inclòs en aquest, les primeres empremtes d'una lògica que buscava regular la comparació entre quantitats, com aquell que intenta controlar una dada important per tal de reeixir en allò que persegueix fer.

És un bon exemple per mostrar que les coses no han estat lineals. Que és el significat, i la intenció amb la qual es busca, el motor que va engegar l'activitat intel·lectual humana.

Ara bé, els significats que gestiona la ment no són una manifestació exclusiva de la seva naturalesa psicològica, sinó de les qualitats significatives que té la tertúlia simbòlica amb el medi que constitueix el viure. Tenim, per tant, un medi i una ment que són canviants i complexos. I la creació de vincles de referència entre ells.

En aquesta situació s'origina l'enrevessada estructura de la dinàmica adaptativa que ha anat transformant els significats i generant la diversitat cultural. El raonament proporcional, i l'amplitud dels coneixements que engendra, és una propietat emergent de la complexa vida d'aquesta relació.

5. Els canvis en les expectatives i les intencions

Hem començat veient com el mateix concepte de proporció exigeix, per tal de ser comprès, que se'n tingui en compte tant l'estructura operatòria com la naturalesa metafòrica dels significats autoreferencials associats amb ella.

Després hem vist com el raonament proporcional no és una conseqüència directa de les operacions, sinó de la manera com aquestes s'integren en una àmplia xarxa d'interaccions adaptatives entre les operacions, els significats i les significacions.

Ara abordarem, breument, un tercer element que també està íntimament lligat amb la naturalesa historiconarrativa de la proporció. Es tracta de la consciència amb la qual els actors matemàtics realitzen aquesta activitat.

En contemplarem dos elements diferents. D'una banda, com va canviant la consciència que els nombres formen una classe de saber distint d'altres sabers, i de l'altra, com es construeix la consciència de la manera com està organitzada l'activitat matemàtica quan ja se la considera diferent d'altres activitats humanes possibles.

La presa de consciència del fet que la informació numèrica representa un saber amb significat i propietats pròpies, diferent d'altres sabers amb els quals pot estar vinculat en l'organització de models, és una qüestió fonamental que també està im-

plicada en la capacitat que té el raonament matemàtic de construir significats.

Aquesta presa de consciència no apareix en el desenvolupament cultural com un prerrequisit previ per atendre les quantitats i la informació qualitativa que ens aporten. Més aviat sembla que la presa de consciència va lligada a la transcendència que adquireixen els nombres, i les seves relacions, com a element significador. Canvia, per consegüent, la naturalesa representacional de les dades numèriques.

D'aquesta manera, la presa de consciència s'entén també molt millor com un procés de significació del contingut que manegen ja les persones. En el cas de les matemàtiques, es tracta de canvis en les expectatives i les intencions mitjançant les quals les persones vinculen els nombres amb altres categories de sabers.

5.1. Els nombres com una categoria de saber. Els textos comptables sumeris

En l'excavació de les restes arqueològiques de l'antiga ciutat de Suse, pertanyent al país d'Elam, s'hi han recollit evidències de com anaren evolucionant els textos dels comptables elamites entre, aproximadament, els anys 3500 i 2800 aC.

Al principi d'aquest període, solament s'arxivava la informació sobre les quantitats que formaven part dels contractes de compravenda o dels inventaris. El registre es feia introduint els calculi necessaris dins de boles esfèriques que després eren tancades, i s'hi estampava el segell de l'escriba que en garantia així el contingut.

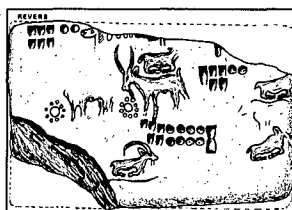
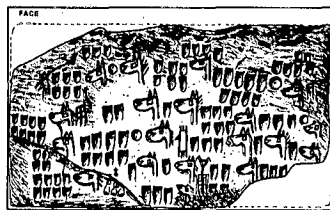
Al final d'aquest període, els costums socials havien canviat i ja es registrava la informació qualitativa i la quantitativa de l'acte econòmic corresponent.

L'esfera d'argila s'havia transformat en una taula. Els calculi s'havien substituït per marques d'un punxó sobre l'argila i la informació qualitativa, que va començar representant-se mitjançant dibuixos, acaba fent-se per mitjà de signes d'escriptura.

Entre aquestes dues formes de registre extremes, Ifrah (op. cit., 166) hi distingeix sis etapes diferents. Les quatre primeres marquen el canvi progressiu de l'esfera a la tauleta d'argila, i tenen en comú que en cap moment l'escriba no hi intenta reflectir la informació qualitativa.

Al contrari, les dues últimes etapes són aquelles en les quals sí que hi consta aquesta intenció. En un primer moment amb dibuixos, i després usant signes d'escriptura anomenats "protoelamites".

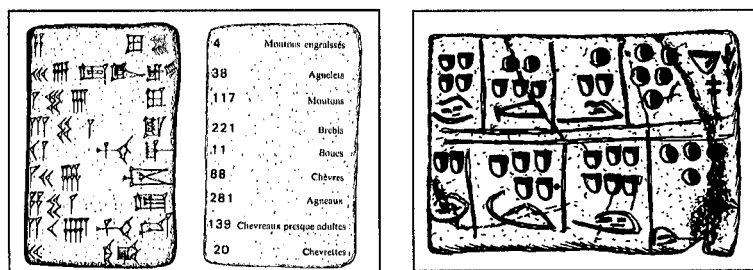
En el gràfic apareix una de les taules datada, aproximadament, de l'any 3000.



S'hi poden veure els dos codis que fa servir l'escriba. L'un per a representar la informació numèrica i l'altre, en forma de dibuix, per a representar la informació qualitativa. En aquest cas les categories d'èquids als quals es refereixen cadascuna de les quantitats de la tauleta. A l'esquerra del gràfic hi ha recollida la cara de la tauleta i a la dreta el revers.

En l'excavació de la ciutat mesopotàmica d'Uruk s'han trobat les tauletes sumèries més antigues conegudes. En el gràfic n'hi ha recollits dos exemples. La primera tauleta és contemporània de l'anterior, mentre que la segona és bastant més propera a nosaltres.

En consonància amb els costums que s'havien desenvolupat a Suse, els escribes d'Uruk registren tant la informació qualitativa com la quantitativa. A la primera tauleta també les quantitats vénen representades per incisions fetes a l'argila, mentre que la informació qualitativa és representada per ideogrames.



A la darrera tauleta, cada informació és representada pel seu codi corresponent en caràcters cuneïformes. La informació numèrica, pels signes del sistema de numeració, i la qualitativa, pels signes d'escriptura. A la dreta n'hi ha la traducció en francès, bo i conservant la forma com està organitzada la tauleta.

Com es pot veure, la manera d'escriure els textos comptables dels escribes va anar evolucionant. Les tres tauletes dels gràfics mostren la naturalesa d'aquests canvis.

Durant molt de temps, els escribes elamites inventariaven centrant-se bàsicament en les dades quantitatives de la informació que havien de recollir. Les tres tauletes que he recollit mostren ja una centració diferent. Són els vincles entre les quantitats i les seves qualitats les dades bàsiques amb les quals s'organitzen.

A la primera d'aquestes no hi ha cap altre criteri d'organització del text. Cal anar recorrent-ne la superfície i endevinar, segurament per la proximitat dels elements, quines són les associacions significatives que formen les dades de la informació que se'ns vol transmetre.

A la segona, l'escriba ha tingut cura de l'ordre amb el qual presenta les dades, separant-les, fins i tot, per quadrícules marcades a la tauleta. El fet que la informació

quantitativa aparegui sempre a la zona alta de la quadrícula i la qualitativa a la zona baixa, indica ja una certa consideració de la significació de les dues menes d'informacions.

La tercera tauleta representa un canvi important. L'escriba organitza el text des de la perspectiva anticipadora que hi ha dues categories diferents d'informacions que es vinculen entre elles. Aquesta significació de la informació que es recull es traueix, en l'organització espacial del text, en forma de columnes.

Naturalment, aquesta forma d'escriure no hagués estat possible si no existís una connivència implícita amb el futur lector. També aquest hauria de ser capaç de compartir la narració, tenint en compte les dues qualitats generals que tenia la informació recollida a la tauleta. Per consegüent, l'evolució en l'organització dels textos comptables sumites és fruit dels canvis en la seva representació cultural de la comptabilitat.

Les quantitats formen part dels textos comptables que estem comentant des de les primeres èpoques, des de quan es reduïen a guardar calculi en esferes de fang segellades. Però no hi ha cap mena de dubte que aquesta informació va canviant, amb el temps, la seva naturalesa representacional.

De primer antuvi amb la consciència que ella mateixa no és la dada rellevant, sinó la seva associació amb les qualitats que representa. I més tard amb la idea que aquests dos elements representen, en realitat, dues classes de sabers diferents que es vinculen d'una manera determinada a cada inventari particular.

I aquest canvi, lligat al desenvolupament de l'imaginari col·lectiu de la societat sumita; com a resultat, per tant, del desenvolupament d'un sistema de valors, d'expectatives i d'intencions compartides.

No es tracta de la consciència de la quantitat en si mateixa, sinó del paper que aquesta té per reflectir els béns d'alguna persona. Els canvis en la consciència del valor de la quantitat que reflecteixen les tauletes comptables sumites, són una conseqüència de comprendre la complexa xarxa de relacions que separa els nombres, alhora que els uneix, amb altres categories de sabers.

5.2. La realitat subjectiva de l'activitat matemàtica. El *Chiu Chang*

El *Chiu Chang* és el text més important de la matemàtica tradicional xinesa. Va ser elaborat, probablement, al principi del primer segle de la nostra era.

Degué ser una cosa semblant a un llibre de text. Presenta un resum detallat del coneixement matemàtic xinès de l'època, organitzat en forma de nou capítols amb un total de dos-cents quaranta-sis problemes.

En aquesta taula hi ha recollits els capítols i el contingut que tenen. Com es pot observar, el llibre està organitzat en forma de col·leccions de problemes que es consideren semblants. S'hi expliquen maneres generals de solucionar-los i, fins i tot, s'hi afegeixen algoritmes per calcular certes operacions lligades a aquests problemes.

	Títol	Contingut
1	Amidament del terreny	Càlcul d'àrees. Mètodes de sumar, restar, multiplicar i dividir fraccions.
2	Escalola i arròs	Qüestions de percentatges i proporcions simples relacionades amb aquests grans.
3	Distribucions proporcionals	Distribució de la propietat i els diners segons normes prescrites que condueixen, en alguns casos, a progressions aritmètiques i geomètriques. Les solucions utilitzen sovint la "regla de tres" per a determinar les proporcions.
4	Quina amplària	Problemes de parcel·lació de terrenys quadrats donada la seva superfície i un dels costats. Inclou regles de càlcul de les arrels quadrades i cúbiques.
5	Shang Kung	Regles per calcular els volums de les formes tridimensionals (cilindre, tetràedre ...) que s'usaven per a construir castells, mansions i canals.
6	Justos impostos	Problemes de distribució dels impostos entre sectors de la població, càlcul de temps per transportar els impostos fins a la capital i problemes en els quals un llebrer encaixa una llebre.
7	Massa i no suficient	Problemes de càlcul per excés i defecte de determinades quantitats.
8	Mètode de les taules	Solució dels sistemes d'equacions amb dues o tres incògnites.
9	Triangles rectangles	Problemes pràctics sobre els mesuraments de triangles rectangles.

L'existència del *Chiu Chang* ens indica que a la societat xinesa d'aquella època, hi regnava la consciència que l'activitat de resoldre certs tipus de problemes formava una pràctica social identificativa, diferent d'altres.

Mentre que en la literatura vèdica l'exposició del teorema de Pitàgores i les instruccions per a la conservació del foc sagrat o l'elecció correcta dels sacrificis apareixen en un mateix text, al *Chiu Chang* hi són recollits problemes que afecten únicament la dimensió quantitativa de certes activitats quotidianes que es consideren diferents d'altres, però homogènies entre elles.

En el disseny del tractat, l'autor del *Chiu Chang* ens ha mostrat la visió que tenia sobre l'homogeneïtat matemàtica de certes dimensions de la realitat. Així, per exemple, els problemes de percentatges tenen un significat matemàtic quan es refereixen a l'escaiola i l'arròs, un altre de diferent si es tracta de distribuir impostos, o encara un tercer quan es refereixen a la distribució de la propietat i els diners.

Els problemes d'amidament de superfícies, en els quals també intervé la proporcionalitat, tenen un significat quan es tracta de calcular l'àrea ("Amidament del terreny"), i un altre de distint quan el que s'ha de calcular és una de les dimensions

lineals de la figura ("Quina amplària"), sense que l'autor compregui que, en realitat, es tracta d'utilitzar el mateix algoritme però organitzat en un ordre diferent.

El capítol anomenat "Mètode de les taules" explica un mètode general de resolució de sistemes d'equacions de dues o tres incògnites (bàsicament el mateix que va dissenyar, quasi dos mil anys després, Gauss). Per tant, el criteri que fa servir l'autor per a triar el contingut del capítol és l'existència d'un algoritme general. En altres (gairebé tota la resta), els criteris es refereixen a les qualitats del mateix contingut del problema. Algunes vegades, de manera tan concreta com la mena de gra o la classe d'activitat econòmica.

El capítol sisè, *Chun shu* ("Justos impostos"), és especialment interessant a fi d'entendre la manera com l'autor ha utilitzat la seva representació significativa dels problemes per a organitzar-los per capítols. Mostra clarament que la consideració de "matemàticament homogenis", tan euclidiana, és una creació de l'observador.

Inclou problemes que, d'acord amb el títol del capítol, tracten sobre la distribució justa de la càrrega dels impostos entre els diferents sectors de la població. Potser el fet qualitatiu que es tracta també d'impostos, li hi fa afegir altres problemes que en realitat són càlculs de temps i distàncies. És qüestió de calcular el temps requerit per transportar els impostos (pagats en gra) des de ciutats remotes fins a la capital.

Finalment, el significat de relacionar distàncies i temps el porta a afegir en aquesta mateixa categoria problemes de "persecució". En la majoria, un llebrer està encaçant una llebre.

Com a resultat d'aquest procés de contaminació, estudiat ja a Moreno-Sastre (1980), acaben essent considerats com a homogenis problemes que estudien la distribució justa de les càrregues dels impostos entre les distintes classes socials, amb altres problemes com ara aquest: "Una llebre porta a un llebrer 50 pu (passes) d'avantatge. El gos persegueix la llebre 150 pu, però la llebre encara és 30 pu al davant. ¿Al cap de quants pu el gos caçarà la llebre?".

El *Chiu Chang* mostra, en el seu conjunt, una activitat creadora de significats. Algunes vegades l'algoritme és el que hi resulta element organitzador de la classe de problemes, d'altres és el contingut, i finalment altres vegades l'autor és incapaç de centrar-se en un element o en un altre i va derivant cedint a diferents suggeriments de les analogies que es poden produir.

Té la forma d'una activitat d'avaluació, amb imaginació i comprensió, de les característiques dels problemes rellevants de la seva vida quotidiana. Sempre des de l'òptica predeterminada de tenir en compte el valor que pot presentar el problema des del punt de vista de l'activitat de fer matemàtiques.

5.3. Els actors matemàtics

La consciència de la proporció es presenta, doncs, com una baula més de la qualificació de la realitat. És una consciència íntima, en consonància amb un temps i un lloc.

De la mateixa manera que la consciència d'altres actors matemàtics actuals, distints dels acadèmics, és també diferent. Com, per exemple, l'àvia que compra,

l'arquitecte que dissenya o el pagès que valora el rendiment dels seus camps.

¿Utilitza la quantitat amb visió personal, amb intenció, amb un ordre intern, el pagès? ¿O l'àvia que intenta allargar la seva precària pensió? ¿O únicament executen una espècie d'"habilitat pràctica dels nombres"?

El camperol acabarà filosofant sobre la duresa de la feina al camp i l'oblit secular al qual els té sotmesos el poder polític. Igual que l'àvia reflexionarà sobre "el que es pot permetre" i farà un significat discurs particular respecte a la seva situació econòmica i les seves expectatives de benestar (les quals, per cert, els polítics manipulen tan hàbilment amb les seves pujades de pensions cada vegada que s'acosten les eleccions).

Naturalment, el pagès i l'àvia fan servir els nombres, i les seves propietats, per a construir significacions econòmiques i polítiques que els permeten situar-se a la vida. I la consciència amb la qual usen els nombres és una propietat important de la seva activitat intel·lectual.

5.4. Els alumnes i les alumnes també són actors matemàtics

Entre els grups socials que es poden identificar com a "actors matemàtics", hi ha també els alumnes i les alumnes. No formen un grup homogeni. La sensibilitat epistemològica amb què empren els continguts matemàtics està fortament influïda per diverses variables. Una d'aquestes és l'edat. Una altra de les variables és el context cultural en el qual s'usen aquests continguts. Les expectatives, les intencions i, per tant, les qualitats de la consciència amb què utilitzen continguts matemàtics són diferents quan els fan servir en situacions pròpies de la vida quotidiana que quan els usen en situacions escolars (per exemple, planificant els moviments, els recursos, les despeses d'una excursió amb els amics, o resolent acadèmicament un problema).

L'alumnat tampoc és un grup culturalment homogeni quan actua matemàticament a l'escola. La sensibilitat amb què els nois i noies fan servir la lògica a la classe de matemàtiques està fortament tenyida per les qualitats de les interaccions socials que es produeixen a les aules.

Una dinàmica social que estigui fortament controlada pels docents, des de posicions matemàtiques dogmàtiques, crea uns vincles emocionals entre els nens i els continguts que aquests estan fent servir. Són vincles molt diferents que els que es creen quan el professor impulsa que les persones puguin conversar entre elles, per tal de buscar en la seva subjectivitat, arguments convincents per a aquelles coses que fan o imaginen.

Quan l'aula és complexa i permet a les persones utilitzar amb sensibilitat les seves comprensions i llenguatges, els alumnes i les alumnes, igual que hem vist en les persones i en la cultura, fan servir coneixements matemàtics que són innovadors, eficaços, flexibles, complexos... i limitats. Restringits pel que fa a l'ús d'operacions lògiques i localitzats en relació amb determinats contextos.

Per exemple, sembla que, ja als tres anys d'edat, els nens i nenes han construït significats sobre els números i les xifres, i arriben, fins i tot, a distingir el codi adult d'escriptura de les paraules del codi que ens permet escriure els números grans.

Quan ho fan, usen una lògica de la mateixa naturalesa epistemològica que la estem comentant. L'abstracció de dades i les teories es fan potents i significatives a través de les expectatives i les intencions. I viceversa.

El Gerard és un nen de quatre anys. Està, amb tots els seus companys, assegut a terra rodejant la pissarra. Discuteix com s'escriu el "vint-i-quatre". La seva proposta és escriure'l així **44** i ho argumenta (sic): *"El vint-i-quatre és el que dic jo, perquè mira vint-i-dos s'escriu així **22**, tots els vint-i... sempre tenen dos números i s'escriuen sempre igual, per això vint-i-dos s'escriu així **22** i vint-i-quatre s'escriu així **44**".*

Quan són una mica més grans, fan servir amb intenció imatges, significats i llenguatges relacionats amb la proporcionalitat, els percentatges o els números decimals. Per exemple, l'Àlvar, un nen de segon de primària.

Estan comentant a classe la notícia que el diari publica aquest matí. El periodista parla de la sequera, de l'aigua recollida als embassaments i de la manera que la gastem. En la narració de la notícia inclou la dada que els ciutadans de la Unió Europea consumeixen una mitjana de 125 l. d'aigua per persona, mentre que a Espanya aquesta mitjana és de 200 l.

La mestra ha centrat la discussió en aquesta dada i en el que aquesta dada pot significar. Entre d'altres coses, es calcula la diferència que hi ha entre la despesa mitjana de cadascun dels personatges.

L'Àlvar ha calculat 75 l. Estranyament, ha usat significats relacionats amb la multiplicació. Al seu full escriu l'expressió $125 + 75 = 200$ i explica què ha fet para calcular-ho (sic): *"primer hem sapigut que un quart de sent. Hem sapigut que i avia un quart i faltaven tres quarts i em quntat quant son. Eran 75 i u em pusat".*

Vegem un últim exemple relacionat amb la proporcionalitat.

L'he escollit per tres raons. En primer lloc, per l'edat. Es tracta d'uns treballs fets per una nena de vuit anys, per tant, molt allunyats de l'operativitat formal. Com ja se sap, aquest és el moment evolutiu en què els psicòlegs sempre hem cregut que s'adquiria la possibilitat d'executar raonaments proporcionals.

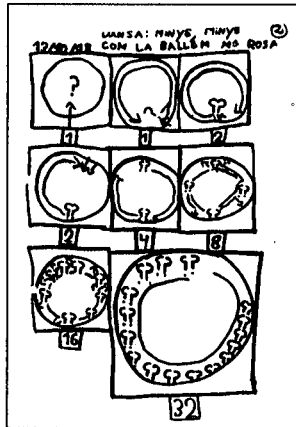
En segon lloc, pel contingut. No es tracta de cap contingut matemàtic, ni tan sols físic. L'activitat es va dur a terme a la classe de música i es tractava de representar una dansa anomenada "Minyé Minyé" perquè altres nens la poguessin aprendre a ballar.

I en tercer lloc, pel llenguatge. Per l'emoció que provoca trobar, en una nena

petita, un llenguatge per expressar la proporcionalitat estranyament semblant en la forma al llenguatge que empraren al seu temps els pitagòrics.

El coneixement d'allò que representa una dansa, encara que sigui una persona de només 8 anys, és el resultat d'una activitat cognitiva molt complexa. Les sensacions, les emocions, el ritme, la percepció dels rituals simbòlics que tota dansa porta implícits, la manera d'organitzar l'espai i transformar-lo... Per poder-la representar gràficament, la persona ha de fer algun resum integrador de tots aquests elements. Almenys dels que pugui considerar claus per traslladar a un altre la seva comprensió íntima de la pròpia essència de l'activitat que ha dut a terme. Per tant, haurà d'escollir les dades i els seus significats.

Al gràfic podem veure com la M. Rosa explica la dansa als seus companys. La nena organitza la informació en forma de vinyetes per representar els canvis que es produeixen com a conseqüència dels moviments dels dansaires.



A la primera vinyeta es veu com els nens de la classe s'han distribuït en dos grups. Un d'aquests està representat per una circumferència, que en realitat és la configuració espacial que sintetitza globalment els llocs geomètrics que ocupen tots aquests nens.

L'altre grup, format per una sola persona, està representat per un interrogant al centre del cercle.

Aquests grups mostren els dos personatges que actuen a la dansa. Un és col·lectiu i passiu. L'altre és individual i executa la part activa del ritual.

Per ballar el "Minyé Minyé", el nen que és al centre fa una volta per dins del cercle fins que s'atura davant d'algun company a qui demana que surti a ballar amb ell.

Tots dos companys, formant una parella, tornen a repetir el moviment. Escullen uns altres dos companys i creen dues noves parelles que donen voltes, fins que trien nous companys als quals demanaran que surtin a ballar amb ells. El protocol de la dansa continua fins que tots els nens han canviat la naturalesa del personatge

que representaven al principi. En aquest moment, transmutats en el personatge actiu i central, tots ballen fent voltes en una celebració festiva i col·lectiva del nou rol aconseguit.

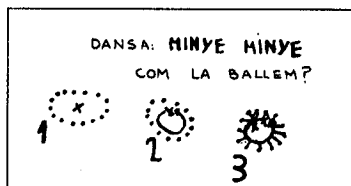
El gràfic que ha dissenyat la M. Rosa mostra la seva sensibilitat epistemològica cap al significat general de l'activitat. Tria, per a representar-la, les dades euclidianes de les configuracions espacials de la dansa i de l'estructura de les seves transformacions per damunt dels elements particulars d'ella mateixa o dels altres companys. Amb aquesta visió, fa servir intencionadament els números. Com es pot veure, genera dues sèries numèriques. Una d'aquestes, formada pels números 1 i 2, queda interrompuda de seguida. En aquest cas, els números tenen un significat ordinal. Un primer moment, un segon moment... En realitat, és un significat redundant perquè ja està expressat implícitament amb l'ordenació de les vinyetes.

L'altra sèrie numèrica és una progressió geomètrica formada pels números 1, 2, 4, 8, 16 i 32. Representa el nombre de persones que adopten el rol del personatge central i, alhora, la manera de fluir d'aquesta quantitat. No és una sèrie real. A la classe, solament hi ha 23 nens i nenes. El número 32 no ha tingut lloc mai. Tan sols representa el que hauria passat si s'hagués mantingut l'ordre intern dels canvis de les danses. El 32 no respon a la constatació d'una dada física, sinó a la previsió d'una conseqüència lògica de la pròpia dansa.

Sorpren, i causa perplexitat, la sensibilitat amb què la nena ha intentat representar l'ordre intern del ritual.

I de la manera que escull els números per fer-ho. I entre les possibilitats que aquests tenen de crear models, l'assignació d'un significat de proporcionalitat creant una sèrie geomètrica.

La progressió geomètrica no s'imposa per ella mateixa com a element simbòlic, significador dels canvis que es produeixen durant la dansa. Altres companys de la M. Rosa no l'han utilitzada: alguns, perquè se centraven a reflectir la dansa des de personatges concrets i no des de la seva estructura general; altres, tot i que se centraven a representar la dansa des d'aquesta perspectiva, trien altres elements per organitzar el seu significat del "Minyé Minyé" i ignoren, com si no fos un element objectiu, l'existència d'aquesta regularitat numèrica.



Aquest és el cas d'aquest altre nen. Representa els tres moments claus del primer moviment i escull unes dades de la dansa que la M. Rosa havia renunciat a utilitzar. Així, per exemple, ens mostra que les persones col·locades en cercle estan separades unes de les altres i, quan es formen les parelles, els nens s'agafen de la mà i les creuen. L'únic ús que apareix dels números és ordinal.

5.5. L'etnomatemàtica

Ens podem imaginar sense dificultats que la matemàtica de l'acadèmic està tenyida amb un significat global propi de la consciència matemàtica del seu grup cultural. Diferent, per tant, de la consciència amb la qual fan matemàtiques altres grups socials també identificables.

Per consegüent, tota activitat matemàtica -també l'acadèmica- és de naturalesa cultural. L'epistemologia de les matemàtiques no es pot construir amb una significació paradigmàtica i impersonal, sinó historiconarrativa i etnològica.

D'Ambrosio (1985) defineix etnomatemàtiques com "les matemàtiques que es practiquen en grups culturals identificables com a societats nacionals-tribals, grups d'artesans, nens d'una determinada edat, classes professionals, etc. La seva identitat depèn en gran manera de l'orientació dels interessos, de les motivacions i de certs codis i argots que no pertanyen al territori de la matemàtica acadèmica".

Però la consciència del significat "etnomatemàtic" va força més enllà que admetre que hi podem trobar dades rellevants per a la història de les matemàtiques, en dominis molt amplis d'activitats humanes de sentits, expectatives i llenguatges molt diferents.

Aquest és un dels elements, però no és pas l'únic. En realitat, és una conseqüència de canviar radicalment la manera com hem utilitzat les categories de gènere per donar un significat psicològic a la lògica.

Es tracta de desconstruir les categories de gènere amb les quals operem amb la lògica, i establir relacions sistèmiques entre les intencions i les expectatives dels actors matemàtics i les operacions i les abstraccions que estan realitzant.

La qualitat íntima de la visió etnomatemàtica rau en la convicció que s'ha d'assignar significat matemàtic a totes aquestes dades dins de l'atmosfera social, econòmica i cultural en la qual floreixen. Així mateix, que la seva naturalesa representacional i el seu significat no es poden entendre si se'ls aïlla de les expectatives generals d'un determinat moment històric, i també de les expectatives íntimes de les persones que els estan emprant.

L'etnomatemàtica afegeix una altra significativa ruptura a la que representa la crítica tradicional a l'eurocentrisme. El sentit i el valor dels continguts matemàtics depenen de les necessitats, les creences i les consciències amb les quals actuen els actors que els fan servir.

Més que enfrontar les matemàtiques amb l'extensió de les seves arrels culturals, com a Gherverghese (1991), l'etnomatemàtica els enfronta amb la seva pròpia naturalesa simbòlica, semiòtica i cultural.

A més d'aportar dades noves, és una reflexió sobre la mística del mateix conèixer matemàtic i de la visió, també mística, que hem construït sobre aquest.

Col·labora a refer, reconstruir, un vincle nou entre les persones i els coneixements matemàtics que elaborem, de tal manera que la consciència, la intenció, les eleccions, la sensibilitat amb la qual escollim camins o possibilitats, es converteixen en una dada fonamental per assignar significat al coneixement matemàtic i imagi-

nar quins valors aporten les matemàtiques en el conjunt de l'activitat intel·lectual de la humanitat.

"Els mateixos matemàtics semblen inclinats a ignorar o oblidar la naturalesa cultural del seu treball i a amarar-se de la sensació que els conceptes amb els quals tracten tenen una 'realitat' exterior al medi cultural, en una mena de món platònic de les idees. Així, sembla faltar a alguns matemàtics l'indici que els físics moderns sí que han assolit: reconèixer que fins i tot les seves observacions, tant com els seus conceptes, estan tenyits per l'observador. ¿Quant més no serà aquest el cas de les matemàtiques, on el fet conceptual ha anat guanyant primacia sobre el que és observable?" (R.L Wilder, 1987: XII i XIV).

¿I la consciència matemàtica amb la qual pot actuar el matemàtic professional? No es tracta d'una consciència pura, alliberada, per fi, de qualsevol altra mena de significats, a la manera del globus que, alliberat del llast, pot emprendre una veloç cursa cap a l'estratosfera, és a dir, la consciència matemàtica no es fa professional deixant de ser semiòtica. Aquest no és el preu que cal pagar, necessàriament, perquè l'activitat cognitiva arribi a ser "matemàticament" científica.

Ho reflecteix perfectament en aquest text Connes, un matemàtic professional, parlant precisament de la importància que tenen els significats sobre el contingut que s'està elaborant i els sentiments associats a aquesta visió en el quefer professional d'un matemàtic acadèmic:

"Els matemàtics saben molt bé que comprendre un teorema no significa comprendre pas a pas una demostració (...) la il·luminació no es produiria fins que el valor de la funció d'avaluació fos prou gran per desencadenar la reacció afectiva (...) el que hem trobat funciona, és coherent i, podríem dir, estètic. Estic segur que aquest plaer és anàleg al de l'artista quan troba una solució, quan un quadre és perfectament coherent i harmoniós" (Changeux-Connes, 1989, 82).

Sensibilitat i conversa. Una petita conclusió

En lloc de perdre, l'activitat matemàtica guanya en valor quan se la considera integrada en un procés semiòtic molt més ample. Contemplada des de les qualitats intel·lectuals de l'observador, les matemàtiques s'integren en el nucli mateix de la manera de mirar el món. I en això sí que es poden mostrar com una metàfora de la lògica, la racionalitat i l'epistemologia.

Perquè aprendre a mirar és aprendre a situar-se, és aprendre a escollir els elements més importants de l'experiència, per la capacitat que tinguin de significar-la d'acord amb les intencions que hi perseguim.

Vinculada a la qualitat de la valoració que realitza l'observador de la realitat, la matemàtica, com la lògica o l'epistemologia, adquireix nous valors als tradicionalment acceptats. No solament permet generar coneixements objectius, o sortir airosos de situacions quotidianes; és, sobretot, un corpus especulatiu d'explicacions sobre les coses. Apareix, més que com a útil, com a transcendent i significativa.

La lògica, doncs, és una realitat psicològica complexa. Íntima i abstracta; paradigmàtica i historiconarrativa; objectiva i intencional.

Els esforços que s'estan fent en psicologia cognitiva per unificar els camps afectius, racionals o motivacionals de la cognició és una conseqüència, no sempre conscientment assumida pels psicòlegs, de la desconstrucció del gènere de la lògica.

Aquesta desconstrucció també té conseqüències importants per a l'educació. De fet, la institució escolar igualment opera amb categories de gènere sobre la racionalitat. Per això ha seleccionat uns llenguatges, unes imatges i uns significats sobre altres possibles per educar la raó dels alumnes i de les alumnes.

I també ha seleccionat un ús d'aquests llenguatges, imatges i significats sobre altres usos possibles. Un ús que permeti la transmissió dogmàtica de sabers institucionals sobre un altre ús que permeti l'elaboració i comunicació de sabers personals.

I, operant amb aquesta imatge masculina del coneixement, ha buscat adaptar-se al punt de vista de l'alumnat readaptant a la baixa les seves expectatives sobre la capacitat d'aprendre que aquests tenen.

El resultat ha estat una escola tan impersonal i dogmàtica en l'ús dels continguts que anomenem científics com sempre ho ha estat. Però cada cop menys exigent i més permissiva. I, algunes vegades, abusant del llenguatge; d'això, se'n diu "aprenentatge significatiu" i "educació comprensiva".

La desconstrucció del gènere de la lògica ens porta a imaginar una escola complexa, exigent; en la qual les persones, tant els adults com els alumnes, puguin dialogar amb emoció sobre la seva experiència. I fer ús d'aquestes converses per a construir continguts, curricularment rellevants, que li donin significat.

Per a això cal donar protagonisme als llenguatges, les imatges i els significats, i a les maneres d'usar-los, que poden tenir un paper important en el desenvolupament de les persones i dels seus sabers sobre el món humà i el món natural.

Tots aquests llenguatges, imatges i significats, o els seus usos, que permeten expressar i comprendre el que es pensa, el que se sent o la síntesi de la comprensió del que s'observa.

Perquè, per alguna profunda raó, "lògica" té, des de molt antic, nom de dona.

Carlos Gallego.

Facultat de Psicologia i Ciències de l'Educació Blanquerna. Universitat Ramon Llull. Grup de Recerca EPISCIS (Epistemologia: construcció i integració de sabers)

Coordinador del Seminari de Formació de Personal Formador "La cultura matemàtica de les persones". ICE UAB

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- ANATI, E. (1997): *L'art rupestre dans le monde*. L'imaginaire de la Préhistoire. Larousse-Bordas, Paris.
- BEDNARIK, R.G. (1998): "Els primers testimonis de l'esperit creador". *El Correu de la Unesco*. XXI, 233, pp. 4-9.
- BISHOP, A. (1998): *Mathematical Enculturation*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.
- BOYER, C.B. (1968): *Historia de la matemática*. Alianza Universidad, Madrid, 1996.
- BRUNNER, J. (1992): "Derecha e izquierda: dos maneras distintas de activar la imaginación". A PRETA, L. (comp.). *Imágenes y metáforas de la ciencia*. Alianza Editorial, Madrid, 1993.
- BUSQUETS, D., et al. (1993): *Temas transversales en educación*. Santillana, Madrid.
- CAVAILLES, J. (1946): "L'épistémologie d'une science comme construction du concept de son histoire". *Bulletin de la Société française de philosophie*, 1946 (sessió de 4 de febrer de 1939).
- CHANGEUX, J.P.-Connes, A. (1989): *Materia de reflexión*. Barcelona, Tusquets, 1993.
- D'AMBROSIO, U. (1985): "Etnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics". *For the Learning of Mathematics*, 5,1, pp. 44-48.
- DE GANT (1982): "Matemática y realidad física en el s. XVII (de la velocidad de Galileo a las fluxiones de Newton)". A APÈRY, et al. *Pensar la matemática*. Tusquets, Barcelona, 1984.
- FOUCOULT, M. (1970): *La arqueología del saber*. Siglo XXI, Madrid.
- GALLEGO, C. (1998): "Lógica, sensibilidad y matemáticas". *Cuadernos de Pedagogía*, 271, 56-60.
- GHEVERGHESE, Joseph G. (1991): *La cresta del pavo real. Las matemáticas y sus raíces no europeas*. Pirámide, Madrid, 1996.
- GHYKA, Matila C.: *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Apóstrofe, Barcelona, 1983.
- GHYKA, Matila C.: *El número de oro*. Poseidón, Buenos Aires, 1968.
- GHYKA, Matila C. (1952): *Filosofía y mística del número*. Apóstrofe, Barcelona, 1998.
- GUEDJ, D. (1996): *El imperio de las cifras y de los números*. Ediciones B, Barcelona.
- IBARRA, A.-MORMANN, T. (1997): *Representaciones en la ciencia. De la invariancia estructural a la significatividad pragmática*. Ediciones del Bronce, Barcelona.
- IFRAH, G. (1981): *Histoire universelle des chiffres*. Seghers, Paris.
- KLINE, M. (1972): *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Oxford University Press, New York.
- KOYRÉ, A. (1939): *Estudios galileanos*. Siglo XXI, Madrid, 1980.
- LIZCANO, E. (1993): *Imaginario colectivo y creación matemática. La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y Grecia*. Gedisa, Barcelona.
- MORENO, M., et al. (1998): *Conocimiento y cambio*. Paidós, Barcelona.

- REY PASTOR, J.-BABINI, J. (1985): *Historia de las matemáticas*. 2 vols. Gedisa, Barcelona.
- SHEA, W.R. (1972): *La revolución intelectual de Galileo*. Ariel, Barcelona, 1983.
- THOM, R. (1992): "La ciencia y el sentido". A PRETA, L. (comp.). *Imágenes y metáforas de la ciencia*. Alianza Editorial, Madrid, 1993.
- WILDER, R.L. (1987): *Evolution of Mathematical Concepts*. The Open University Press, Milton Keynes.
- WITTGENSTEIN, L. (1987): *Observaciones sobre los fundamentos de las matemáticas*. Alianza, Madrid.
- ZASLAVSKY, C. (1973): *Africa Counts: Number and Pattern in African Culture*. Prindle, Weber & Schmidt, Boston, Massachusetts.