



## Competència matemàtica:

### l'àmbit de la geometria a Cicle Mitjà

Marta Salvadó Saurí / Professora: Carme Solé Resano

Universitat Ramon Llull – FPCEE Blanquerna

#### Resum

Actualment un dels motius pel qual no s'ensenyava i s'aprèn la geometria amb profunditat a les escoles és perquè els mestres donen molta més importància a altres apartats de les Matemàtiques. Els docents posen molta més èmfasi en la resolució d'operacions, en el càlcul mental i en la resolució de problemes que no pas en l'estudi de figures geomètriques i la comprensió del món proper que envolta els alumnes. En la present recerca analitzem quin grau de competència i de didàctica de la geometria tenen els mestres de Cicle Mitjà i quina és la manera actual de fer i d'entendre la geometria de mestres del segon Cicle d'Educació Primària de diverses escoles a través d'un qüestionari i d'un focus grup. Després de realitzar un estudi exploratori seguint una recerca de camp hem comprovat que la geometria no és un objectiu principal dels mestres de Matemàtiques i que, tot i que diuen que en tenen prou coneixement, necessitarien rebre més formació. Tanmateix, la seva manera de fer i d'entendre la geometria segueix sent semblant a la de fa anys.

**Paraules clau:** geometria, matemàtiques, cicle mitjà, educació primària.

#### Abstract

Currently, one of the reasons for why geometry is not taught in depth in schools is to allow teachers to award more importance to other aspects of Mathematics. Teachers place more emphasis on operational decisions, such as mental arithmetic and problem-solving than in the study of geometric figures and a close understanding of the world around students. In this study, we analyse which level of competence and didactics teachers have, and what is the current way of doing and understanding geometry amongst middle-cycle primary school teachers in diverse schools through a poll and a focus group. After conducting an exploratory study involving field research, we found that geometry is not a primary goal of Mathematics teachers and, although they say they have enough knowledge, that they need further training. Moreover, their approach and understanding of geometry remains similar to previous years.

**Keywords:** geometry, mathematics, middle-cycle, primary school.

## **Introducció**

Prenent de referència Ramírez (2008), l'origen de la Geometria coincideix amb l'origen de la humanitat. El pensament precientífic recolzat sobre el monoteisme naturalista de Amenhotep IV va fundar al segle XIV aC culte a la nova imatge del déu Ra representat amb un cercle daurat. L'abstracció del pensament màgic representa el primer acostament, informal i intuïtiu, a la Geometria. Anteriorment, al segle XXVII aC, l'emperador xinès Hoang-Tu va manar construir un observatori astronòmic amb l'objectiu principal de corregir el calendari.

Les primeres civilitzacions mediterrànies adquireixen a poc a poc coneixements geomètrics de caràcter molt pràctic basats en fórmules per calcular àrees i longituds. La seva finalitat era pràctica perquè amb això pretenia calcular la producció proporcional de les parcel·les de terra per determinar els impostos, o reconstruir les parcel·les de terra després de les inundacions. D'aquí que el nom de *geometria* prové de les paraules “geo”, Terra, i “metro”, mesura, i fa referència a la seva primera aplicació: la mesura (dels camps) de la Terra. El coneixement geomètric tant d'egipcis com de les cultures mesopotàmiques passa íntegrament a la cultura grega a través de Tales de Milet i d'Euclides, pare de la geometria.

En l'àmbit de l'educació, la geometria sempre ha estat una de les branques de la matemàtica que ha presentat més dificultats de comprensió i assimilació de continguts, ja que s'hi treballen conceptes, figures, representacions, superfícies, volums..., descontextualitzats i s'intenta que els alumnes recordin regles i fórmules generals amb el llibre com a recurs (Ortega, 2013).

### **Cap a la geometria**

Moltes de les limitacions que els nostres alumnes manifesten de la seva comprensió sobre la geometria es deuen al tipus d'ensenyament que han rebut d'estudiants. Tanmateix, el tipus d'ensenyament que el docent emprava depèn, sovint, de les concepcions que té sobre què és la geometria, com s'aprèn, què significa saber sobre aquesta branca de les Matemàtiques i perquè s'ensenyava.

Molts professors relacionen la geometria amb temes com perímetres, superfícies i volums, limitant-la només a qüestions mètriques; per a uns altres docents, la principal preocupació és donar a conèixer als alumnes les figures o relacions geomètriques amb

dibuixos, el seu nom i la seva definició, reduint les classes a una espècie de glossari geomètric il·lustrat.

És important reflexionar sobre les raons per ensenyar geometria. Si el/la mestre/a té clar el perquè, estarà en condicions de prendre decisions més encertades sobre el seu ensenyament. Una primera raó per ensenyar aquesta assignatura la trobem en el nostre entorn immediat, només fa falta mirar el nostre voltant i descobrir que s'hi troben moltes relacions i conceptes geomètrics: la geometria modela l'espai que percebem, és a dir, la geometria és la matemàtica de l'espai (García, 2008).

Viure la geometria a l'escola pot ser una molt bona experiència si centrem el seu aprenentatge en activitats constructivistes i lúdiques. Si s'utilitzen materials adequats, de tots els àmbits de les Matemàtiques, la geometria és la que ofereix més ventall de possibilitats a l'hora d'experimentar i d'entendre els seus conceptes i propietats tot emprant el pensament lògic.

En el nostre entorn proper estem envoltats d'objectes i formes, cadascuns amb les seves característiques i propietats. Les propietats geomètriques són presents cada vegada més a la vida quotidiana. Des que els infants són ben petits estan en contacte directe amb objectes que els són familiars, com utensilis i joguines. Paulatinament, ens anem orientant en l'espai analitzant formes i buscant relacions espacials de lloc i funció. D'aquesta manera, adquirim coneixement directe del nostre entorn espacial (Alsina, 1989).

A més, segons García (2008) la geometria té els següents beneficis:

1. S'aplica a la realitat (a la vida quotidiana, l'arquitectura, la pintura, l'escultura, l'astronomia, els esports, etcètera).
2. S'utilitza en el llenguatge quotidià (per exemple, es diu: carrers paral·lels/perpendiculars, escala d'espiral, pots cilíndrics, etcètera).
3. Serveix en l'estudi d'altres temes de Matemàtiques (per exemple, un model geomètric de la multiplicació de números o expressions algebraiques el constitueix el càlcul de l'àrea de rectangles).
4. Permet desenvolupar en els alumnes la seva percepció de l'espai, la seva capacitat de visualització i d'abstracció, la seva habilitat per elaborar conjectures sobre les relacions geomètriques en una figura o entre vàries i la seva habilitat per

argumentar-les.

Tanmateix, Andonegui (2006) afirma que l'estudi de la geometria ajuda a potenciar habilitats de processament de la informació rebuda a través dels sentits i, alhora, permet a l'estudiant desenvolupar moltes altres destreses de tipus espacial que li permeten comprendre i influir l'espai on viu. A més, la geometria ens ajuda a conèixer i comprendre el món en què vivim fent representacions que imiten el nostre entorn i analitzant d'objectes des de la geometria.

Per què ensenyar i aprendre geometria? Segons Alsina, Fortuny i Pérez (1997) els motius són els següents:

- Per conèixer una branca de les Matemàtiques més instructives.
- Per conrear la intel·ligència.
- Per desenvolupar estratègies de pensament.
- Per descobrir les pròpies possibilitats creatives.
- Per aprendre una matèria interessant i útil.
- Per fomentar la sensibilitat cap a la bellesa.
- Per treballar matemàtiques experimentalment.
- Per aguditzar la visió del món que ens envolta.
- Per gaudir de les seves aplicacions pràctiques.
- Per gaudir aprenent i ensenyant.

### **Dificultats en l'ensenyament i l'aprenentatge de la geometria**

Barrantes i Blanco (2004) afirmen que el personal docent, degut a les concepcions i experiències adquirides en la seva formació, enfoca les classes i utilitza els mateixos recursos que van rebre quan ells eren alumnes. Així doncs, sovint la seva vivència personal els impedeix programar una experiència d'aprenentatge que permeti al seu alumnat entendre la geometria com a generadora de coneixement.

Ambdós autors senyalen que l'apogeu de les matemàtiques modernes de la dècada dels anys setanta va provocar que la geometria passés a segon pla en l'àmbit escolar, aplaçant-se al final dels continguts anuals de cada curs, la qual cosa implicava molts cops que no s'acabés d'explicar el temari per falta de temps i/o per excés de continguts.

D'acord amb aquests autors, la forma d'ensenyar geometria és quelcom que s'ha anat

comunicant a través de vàries generacions i sembla que encara persisteix. Les anteriors experiències dels docents tenen molt pes en la seva forma de plantejar les classes de geometria perquè manquen d'un procés de formació i de punts de referència o comparació que els permeti explorar noves formes d'ensenyament de la geometria a partir del que ja els és conegut.

Actualment però, un dels motius pel qual les escoles deixen la geometria per a la tercera avaluació és perquè donen molta més importància a altres apartats de les Matemàtiques. Els mestres posen molta més èmfasi en la resolució d'operacions, en el càlcul mental i en la resolució de problemes que no pas en l'estudi de figures geomètriques i la comprensió del món proper que envolta els alumnes (casa, aula, carrer...). És per això, que rars cops s'estudia, s'aprèn i s'ensenya la geometria amb profunditat. Els docents no posen a l'abast dels alumnes objectes, formes o exemples reals que els permetin entendre-la, sinó que normalment són dictades de manera abstracta que els limiten a recordar figures i plasmar-les a la llibreta.

Quins poden ser, doncs, els nostres plantejaments a l'hora d'ensenyar geometria? A la vida del nen, l'aprenentatge dels aspectes matemàtics elementals comença abans d'anar a l'escola. La primera aproximació a la geometria consisteix en la comprensió de l'espai en el qual viu a través de veure'l i moure-s'hi. Fer geometria comença aquí i no pas quan són capaços de fer definicions, d'enunciar teoremes o de demostrar-los (Cela, 1997).

Així doncs, els mestres haurien de tenir la iniciativa de crear o buscar noves estratègies d'ensenyament-aprenentatge que portin els alumnes a observar exemples reals, transformar o construir models o fer fotografies fins a arribar a la representació simbòlica.

### **Relació amb el National Council of Teachers of Mathematics**

Segons els *Principios para la Acción*, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Consell Nacional de Mestres de Matemàtiques, és l'organització professional més gran dedicada a la millora de l'educació matemàtica per a tots els estudiants. Emergent de la seva visionària Agenda per a l'Acció el 1980, el Consell va promoure el moviment dels estàndards educatius amb la publicació dels Estàndards de Currículum i Avaluació de l'Educació Matemàtica (1989), el qual presenta una visió comprensiva de l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques en K-12, fins a 6è d'Educació Primària. L'any 2000, els Principis i Estàndards per a l'Educació Matemàtica de l'NCTM

van estendre els Estàndards de 1989 i van agregar Principis subjacents per a l'excel·lència en les matemàtiques escolars.

Prenent de referència el llibre *Principles and Standards for school mathematics*, entre els coneixements generals que l'alumne ha d'assolir al llarg del Cicle Mitjà per a una educació matemàtica de qualitat, corresponen a l'àmbit de la geometria els següents

**estàndards de contingut:**

- **G1** Analitzar les característiques i les propietats de figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques.
- **G2** Localitzar i descriure relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació.
- **G3** Aplicar transformacions i utilitzar la simetria per a analitzar situacions matemàtiques.
- **G4** Emprar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per resoldre problemes.

Pel que fa als **estàndards de processos** en l'àmbit de la geometria corresponen: resolució de problemes, raonament i demostració, comunicació, connexions i representació.

**Model de Van Hiele**

D'acord amb els autors Martínez i Rivaya (1989) l'origen del Model de Van Hiele sorgeix el 1957 amb les tesis doctorals presentades a la Universitat d'Utrecht per dos holandesos professors de matemàtiques de Secundària: el matrimoni Pierre Marie van Hiele i Dina van Hiele-Geldof. Tot i que jo no segueixo aquest model, n'he fet esment perquè hi consta l'evolució del raonament geomètric dels estudiants així com també dels problemes que es troben davant de certs conceptes i relacions geomètriques.

Els nivells de Van Hiele

Prenent de referència els autors Martínez i Rivaya (1989), Fouz i De Donosti (2005), Gamboa i Vargas (2013) i Prat (2015) el model de raonament geomètric de Van Hiele explica com es produeix l'evolució del raonament geomètric dels estudiants dividint-lo en

cinc nivells:

- Nivell 1: **Visualització i reconeixement**. Identificació de les figures més comunes.
- Nivell 2. **Anàlisi**. Consciència dels elements que formen una figura i les propietats que tenen.
- Nivell 3. **Ordre i deducció informal**. L'infant s'adona de les possibles relacions que es poden establir en les diferents figures.
- Nivell 4. **Deducció formal**. Establiment de lleis generals, teoremes i algunes demostracions.
- Nivell 5. **Rigor**. Concepció i comprensió profundes dels conceptes.

El nivell de Van Hiele ajuda a explicar com, en el procés d'aprenentatge de la geometria, el raonament geomètric dels estudiants transcorre per una sèrie de nivells que no van associats a l'edat de l'infant. Per dominar el nivell en què es troba i poder passar al següent nivell superior, l'estudiant ha de complir certs processos d'aprenentatge. Aquest model distribueix esglaonadament el coneixement en cinc nivells de raonament seqüencials i ordenats. Dins de cada nivell proposa una sèrie de fases d'aprenentatge que l'estudiant ha de complir per avançar d'un nivell a un altre. Cap nivell és independent de l'altre i no és possible saltar-se'n cap.

#### Les fases del model de Van Hiele

El model de Van Hiele emfatitza la idea que el pas d'un nivell a l'altre depèn més de l'ensenyança rebuda que no pas de l'edat o la maduresa escolar. Així doncs, dóna molta importància al disseny de les tasques i de les activitats, als materials i a l'organització de la seqüència d'Ensenyament-Aprenentatge. Les fases d'aprenentatge corresponents al model de Van Hiele són: indagació, orientació dirigida, explicitació, orientació lliure i integració.

- Fase1. **Indagació**. El mestre esbrina què saben els alumnes.
- Fase 2. **Orientació dirigida**. El mestre proposa activitats que ha elaborat i seqüenciat amb detall.
- Fase 3. **Explicitació**. Les activitats han de propiciar que els alumnes expressin, verbalment i per escrit, el que han descobert i elaborat en la fase d'orientació dirigida intercanviant resultats i observacions.

- Fase 4. **Orientació lliure.** Les activitats han de permetre els alumnes resoldre situacions noves amb els coneixements que han adquirit prèviament. Aquí són importants les situacions obertes.
- Fase 5. **Integració.** Els alumnes analitzen i resumeixen el que han après. El paper del mestre és clau per ajudar-los a sintetitzar els resultats més destacats.

#### Avaluació en el model de Van Hiele

Tal com diu Fouz i De Donosti (2005) el més important d'aquest model no són les fases ni els nivells, sinó l'avaluació. Els autors indiquen que l'eina més útil per avaluar és combinar entrevistes amb tests de resposta ràpida. A l'hora d'avaluar s'han de tenir en compte les següents consideracions:

- El nivell de raonament dels alumnes depèn de l'àrea de les Matemàtiques que es treballi.
- S'ha d'avaluar com els alumnes contesten i el perquè de les seves respostes, enlloc del que no contesten o contesten bé o malament.
- A les preguntes no trobem el nivell on es troben els alumnes, sinó en les seves respostes.
- En uns continguts es pot estar en un nivell i, en uns altres, en nivells diferents.
- Quan els alumnes es troben en el pas d'un nivell a un altre pot resultar difícil determinar la situació real en què estan.

Davant de les hipòtesis i afirmacions presentades fins aquí i amb el convenciment que hi ha un dèficit en l'ensenyament i aprenentatge de la geometria, plantejo uns interrogants que conduiran als objectius d'aquest estudi:

- Quin grau de competència i de didàctica de la geometria tenen els mestres de Cicle Mitjà?
- Quina és la manera actual de fer i d'entendre la geometria de mestres de Cicle Mitjà de diverses escoles?



## **Mètode**

La investigació duta a terme es tracta d'un estudi exploratori que segueix la metodologia d'una recerca de camp.

## **Objectius de l'estudi**

En base al marc teòric introduït a l'apartat anterior, determinem que els objectius d'aquest estudi són:

- Conèixer la manera de fer i de viure la geometria de mestres de Cicle Mitjà de diverses escoles.
- Valorar la importància que donen els mestres a l'àmbit de la geometria envers els altres continguts de Matemàtiques de Cicle Mitjà.
- Copsar el grau de satisfacció en l'ensenyament de la geometria dels mestres de Cicle Mitjà.

## **Participants**

La mostra de l'estudi està formada per 62 mestres de Matemàtiques de Cicle Mitjà d'Educació Primària en actiu d'arreu de Catalunya, tot i que vam contactar amb 524 docents molts dels quals pertanyen a la Fundació Educativa Dominiques Anunciata de Catalunya. La selecció dels participants s'ha fet mitjançant un procediment de mostreig per conveniència.

Un 62,9% (n=39) dels participants són dones i un 37,1% (n=23) són homes. La franja d'edat està compresa entre els 22 anys i els majors de 55. Un 38,7% (n=24) de la mostra té entre 22 i 35 anys, un 29% (n=18) entre 36 i 45 anys, un 19,4% (n=12) entre 46 i 55 anys i finalment un 12,9% (n=8) té més de 55 anys.

El 62,9% (n=39) dels participants exerceixen com a tutors d'aula i un 37,1% (n=23) com a mestres especialistes.

Finalment, pel que fa a la titularitat dels centres, un 80,6% (n=50) treballa en una escola concertada mentre que el 19,4% (n=12) restant treballa en una escola pública.

## **Instruments**

Les dades recollides són majoritàriament qualitatives, i han estat recollides via dos

instruments: el qüestionari i el focus grup (veure annex).

El qüestionari que hem utilitzat ha estat dissenyat expressament per a l'estudi. S'ha plantejat a partir de 30 preguntes de resposta tancada, afegint l'opció d'"altres" quan s'ha considerat oportú. La majoria de les preguntes són de selecció múltiple. El segon instrument que hem utilitzat ha estat dissenyat també per a l'estudi. Es tracta d'un focus grup semi-estructurat d'aproximadament catorze preguntes de resposta oberta.

La primera part del qüestionari fa referència a les característiques personals i laborals en la qual es pregunta als docents sobre el seu sexe, la seva edat, la seva activitat docent (tutor o especialista), el tipus de centre on treballa (públic, concertat o privat) i la situació de l'escola (Barcelona o fora de Barcelona) en forma de preguntes tancades.

A la segona part es demana als mestres si tenen prou present la geometria a l'àrea de Matemàtiques i com l'ensenyen, és a dir, la metodologia, els recursos i els instruments d'avaluació que utilitzen a l'aula.

Finalment, se'ls consulta sobre el coneixement general de geometria i el seu grau de satisfacció docent envers ella.

Pel que fa al focus grup està dividit en tres grans blocs que corresponen als tres objectius d'aquest estudi. En el primer bloc hi ha una seguit de preguntes per conèixer la manera de fer i de viure la geometria de les quatre mestres de Cicle Mitjà que, a part de ser tutores, dues són mestres de Matemàtiques de 3r i les altres de 4t d'Educació Primària d'una escola del barri d'Horta de Barcelona.

Les preguntes del segon bloc pretenen valorar la importància que donen les quatre mestres a l'àmbit de la geometria envers els altres continguts de Matemàtiques de Cicle Mitjà.

Finalment, se'ls consulta sobre el seu grau de satisfacció en l'ensenyament de la geometria.

### **Procediment**

Per contactar amb els participants de l'estudi, primer de tot vam recopilar les adreces de correu electrònic de mestres d'Educació Primària de diversos centres educatius de Barcelona i fora de Barcelona que sabíem que a la seva escola treballen molt bé la geometria i ens interessava la seva opinió. Posteriorment, se'ls va enviar un correu

electrònic explicant-los l'objectiu de l'estudi i facilitant-los l'enllaç a partir del qual podien respondre de forma anònima el qüestionari *online*.

L'anàlisi de les dades es va fer mitjançant un procediment estadístic informatitzat.

Les participants del focus grup són quatre mestres de matemàtiques de Cicle Mitjà de l'escola on he fet les pràctiques del Grau d'Educació Primària. En primer lloc els vaig donar l'autorització per enregistrar la seva veu i la pauta del grup de discussió per si es volien preparar les respostes. Després vam dur a terme el focus grup que està enregistrat en àudio.

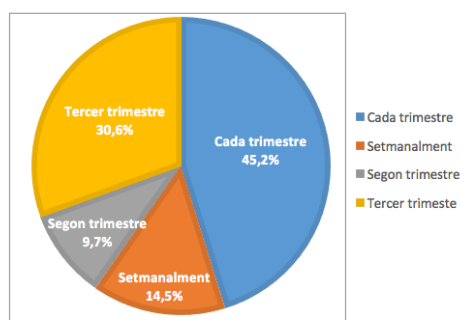
### Resultats i discussió

Seguidament exposem els resultats del qüestionari les preguntes del qual hem agrupat segons els objectius de la recerca. Tanmateix, les respostes del focus grup han estat ajuntades i lligades amb les respostes de l'enquesta. Els resultats obtinguts, després de l'anàlisi dels 62 qüestionaris i del focus grup, els presentarem segons els objectius que ens havíem proposat en la realització de la recerca.

#### Resultats respecte el primer objectiu: conèixer la manera de fer i de viure la geometria de mestres de Cicle Mitjà de diverses escoles.

Pel que fa a la dedicació, en la figura 1 es mostra quan els mestres treballen la geometria durant el curs. Els resultats assenyalen que el 45,2% dels docents la treballen cada trimestre, els 30,6% la treballen el tercer trimestre mentre que el 14,5% la treballen setmanalment. A més, quan es va fer aquesta pregunta al focus grup una de les mestres va respondre *"Durant tot el curs, separat per trimestres i seguint la programació del llibre"*.

Aquests resultats no coincideixen amb el que Barrantes i Blanco (2004) afirmen que les Matemàtiques modernes de la dècada dels setanta van provocar que la geometria passés a un segon pla en l'àmbit escolar, aplaçant-se al final els continguts anuals de cada curs, la qual cosa implicava molts cops que no s'acabés d'explicar el temari per falta de temps i/o per excés de continguts.



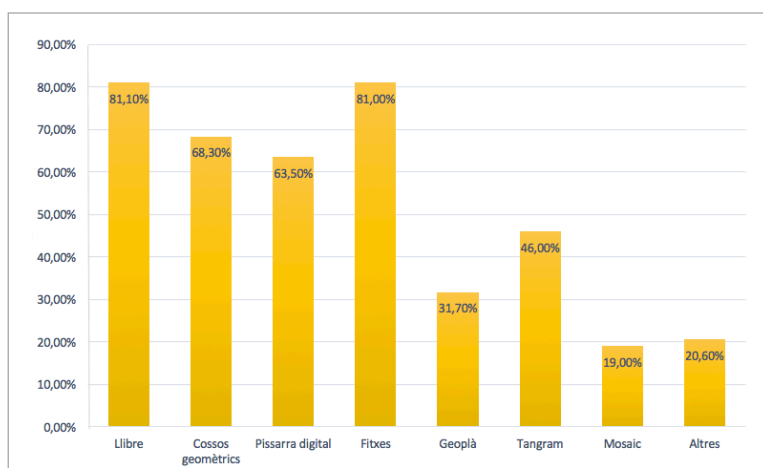
**Figura 1.** Percentatge de quan es treballa la geometria durant el curs.

A les escoles també els demanàvem quin tipus de geometria treballen i de quina manera. El 85,5% dels docents treballen la geometria plana i també amb volum. D'aquests el 48,4% assegura que treballa molt poc la geometria de forma manipulativa mentre que un 43,5% diu que la treballa força. Quan als mestres se'ls va preguntar si promouen en els alumnes la identificació d'elements i cossos geomètrics de l'entorn el 45,2% va respondre molt, el 19,4% bastant i el 35,5% restant poc. I és que és relativament fàcil perquè tal com diu Alsina (1989) "en el nostre entorn proper estem envoltats d'objectes i formes, cadascun amb les seves característiques i propietats. Les propietats geomètriques són presents cada vegada més a la vida quotidiana. Des que els infants són ben petits estan en contacte directe amb objectes que ens són familiars, com utensilis i joguines".

Tanmateix, vàrem preguntar els enquestats si ensenyen la geometria als seus alumnes com els la van ensenyar a ells. El 30,6% va respondre semblant, el 48,4% força diferent i el 21% totalment diferent. Sembla que aquesta dificultat ja ha estat vençuda pels mestres segons Barrantes i Blanco (2004) que asseguren que el personal docent, degut a les concepcions i experiències adquirides en la seva formació, enfoca les classes i utilitza els mateixos recursos que van rebre quan ells eren alumnes. Així doncs, sovint la seva vivència personal els impedeix programar una experiència d'aprenentatge que permeti al seu alumnat entendre la geometria com a generadora de coneixement.

D'altra banda, més de la meitat dels mestres de Cicle Mitjà asseguren que ensenyen força els continguts de geometria del Currículum d'Educació Primària.

Pel que fa als recursos, a la figura 2 es mostra quins materials utilitzen els mestres per ensenyar geometria. El llibre, les fitxes i els cossos geomètrics lideren la classificació. El llibre són utilitzades per un 84,1% dels enquestats, les fitxes són utilitzades per un 80,6% mentre que els cossos geomètrics per un 67,7%. Els segueixen la pissarra digital, el Tangram i el geoplà



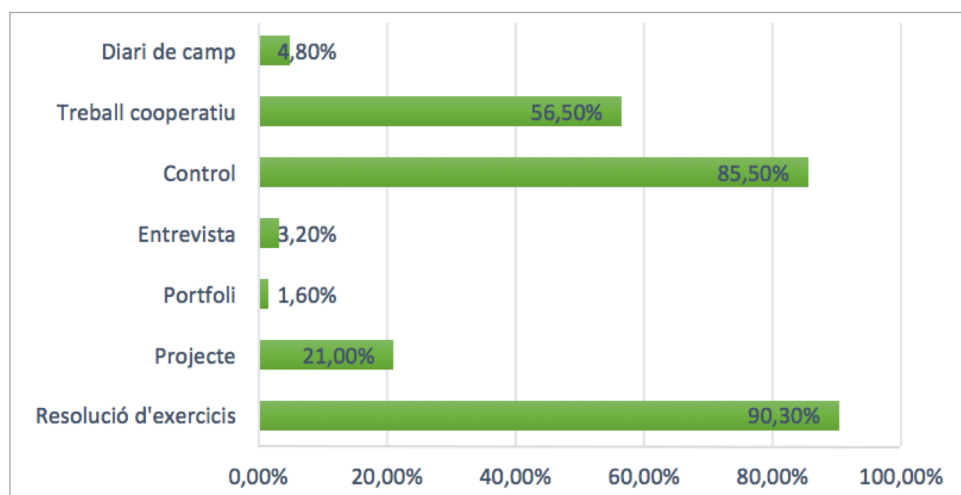
*Figura 2. Material que utilitzen els mestres per ensenyar geometria.*

entre d'altres. En aquesta pregunta també hi havia l'opció d'"altres" en la qual hi coincideixen materials com el Polydron, el Multilink i jocs online. Tanmateix, quan es va fer la mateixa pregunta al focus grup les mestres van respondre: iPads, els cossos geomètrics que proporciona la mateixa editorial dels llibres de Matemàtiques, fitxes i activitats online.

El material del 71% dels centres enquestats correspon a les escoles tot i que d'aquestes el 43,5% asseguren disposar de pocs recursos materials per a l'ensenyament/aprenentatge de la geometria.

Quan als mestres de Matemàtiques se'ls va preguntar quin mètode d'avaluació utilitzen el 90,3% va respondre resolució d'exercicis, el 85,5% un control seguit del treball cooperatiu. Són pocs els que utilitzen com a instrument d'avaluació el projecte, el portfoli, l'entrevista i el diari de camp (veure figura 3).

Ben al contrari del que recomana el Model de Van Hiele. Tal com diu Fouz i De Donosti (2005) el més important d'aquest model és l'avaluació. Els autors indiquen que l'eina més útil per avaluar és combinar entrevistes amb tests de resposta ràpida i que s'ha d'avaluar com els alumnes contesten i el perquè de les seves respostes.



**Figura 3.** Mètode d'avaluació que utilitzen els mestres.

Pel que fa als beneficis, el 83,9% dels mestres consideren que amb alguns models geomètrics (polígons i poliedres) es poden comprendre millor altres conceptes Matemàtiques. Tanmateix, quan se'ls preguntava si creien que la geometria permet desenvolupar en els alumnes la seva percepció de l'espai hi va haver una clara majoria: el 71% dels docents van respondre *molt* a l'escala de l'1 al 4 sent 1 *Gens* i 4 *Molt*.

Relacionat amb els beneficis, una de les preguntes del focus grup feia referència a quines altres habilitats permet desenvolupar l'estudi de la geometria, la resposta va ser: *“La visió del volum, la perspectiva i la creativitat”*.

Aquests beneficis donen la raó a García (2008) quan diu que un dels beneficis de la geometria és que permet desenvolupar en els alumnes la seva percepció de l'espai, la seva capacitat de visualització i d'abstracció entre d'altres.

Finalment, pel que fa a la relació amb altres àrees, de tots els continguts que es treballen al projecte interdisciplinar, se n'ha de realitzar mínim un a cada cicle de caire competencial sobre un aspecte de la realitat segons el DECRET 119/2015 del Departament d'Ensenyament, el 53,2% dels professors opinen que són pocs els continguts de geometria que hi apareixen mentre que el 35,5% afirmen que no n'apareix cap. Respecte al grup de discussió, si les mestres haguessin d'incloure la geometria en un projecte interdisciplinar escollirien treballar-la amb l'Educació Visual i Plàstica juntament amb l'Educació Física i la Llengua perquè *“en el moment en què els alumnes posen paraules a l'aprenentatge aquest es converteix en significatiu”*.

### **Resultats respecte el segon objectiu: valorar la importància que donen els mestres a l'àmbit de la geometria envers els altres continguts de Matemàtiques de Cicle Mitjà.**

Per tal de donar resposta a aquest objectiu al qüestionari hi havia cinc preguntes les respostes de les quals eren en una escala de l'1 al 4, sent 1 *Gens* i 4 *Molt*, o bé sent 1 *No* i 4 *Sí*.

Pel que fa a la importància, el 50% dels mestres consideren que li donen *bastant* prioritat a la geometria dins de l'àrea de Matemàtiques mentre que un 35,5% li'n donen *poca*. Aquest fet el podem constatar amb una de les respostes del focus grup quan es va fer la mateixa pregunta. Una de les mestres va respondre: *“La importància que li dóna el llibre. O sigui molt poca a diferència del càlcul i dels problemes”*.

I és que no són només els mestres els qui donen poca importància a la geometria sinó que també el 91,9% els docents han valorat entre 1 i 2, sent una escala de l'1 al 4, la poca importància que dóna la societat a l'aprenentatge d'aquest àmbit a l'Educació Primària.

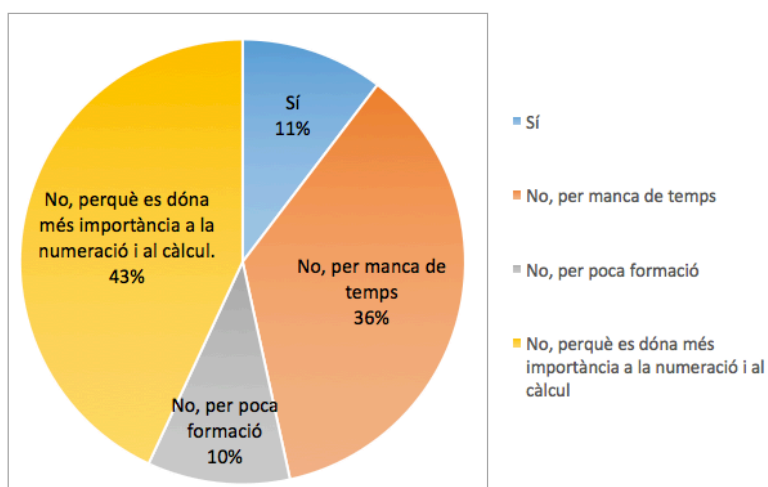
D'altra banda pel que fa a l'aplicació, a la pregunta si creuen que els termes geomètrics

s'utilitzen prou en el llenguatge quotidià el 79,1% dels mestres de Matemàtiques han respost entre 1 i 2. És a dir, que pensen que s'utilitzen *gens* o *poc*. En canvi, hi ha més varietat de respostes quan se'ls va preguntar si creien que la geometria s'aplica a la realitat (a la vida quotidiana, l'escultura, l'astronomia, l'esport, etc). En una escala de l'1 al 4, sent 1 *No* i 4 *Sí*, només el 6,5% va respondre 1 (*No*), el 30,6% va respondre 2, el 27,4% 3 i el 35,5% va respondre 4 (*Sí*). Algunes respostes coincideixen amb un altre benefici que segons García (2008) té la geometria ja que afirma que “*S'aplica a la realitat i s'utilitza en el llenguatge quotidià*”.

Finalment, els mestres creuen que durant el curs s'hauria de dedicar més temps al treball de la geometria. El 33,9% va respondre clarament 4 (*Sí*) seguit del 51,6% que va respondre 3. A diferència del que van respondre les mestres al focus grup quan se'ls va preguntar si creien que haurien de dedicar més temps a la geometria: “*Més temps no*”, “*Més productiu*”, “*Un temps més ric. Més que més temps, aquest hauria de ser més ric*”.

### **Resultats respecte el tercer objectiu: copsar el grau de satisfacció en l'ensenyament de la geometria dels mestres de Cicle Mitjà.**

Quan als mestres de Matemàtiques se'ls va preguntar si creien que ensenyen la geometria en profunditat, el 40,3% va respondre *No, perquè es dóna més importància a la numeració i al càlcul* i el 33,9% *No, per manca de temps*. Només el 9,7% va respondre *Sí* (veure figura 4). Aquestes estadístiques coincideixen amb Cela (1997) quan diu “Actualment però, un dels motius pel qual les escoles deixen la geometria per a la tercera avaluació és perquè donen molta més importància a altres apartats de les Matemàtiques. Els mestres posen molt més èmfasi en la resolució d'operacions, en el càlcul mental i en la resolució de problemes que no pas en l'estudi de figures geomètriques i la comprensió del món proper que envolta els alumnes (casa, aula, carrer...). És per això, que rars cops s'estudia, s'aprèn i s'ensenya la



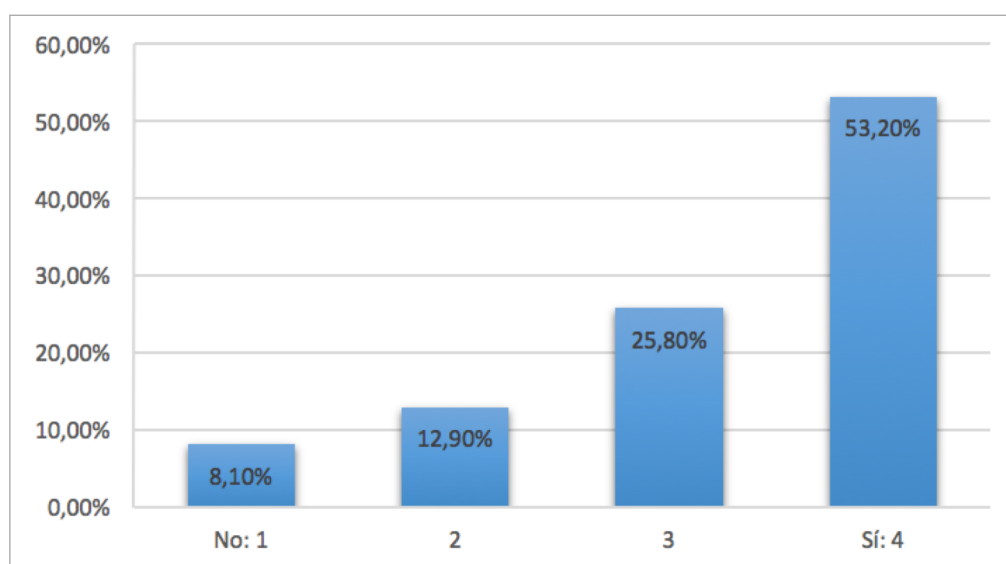
**Figura 4.** Els mestres ensenyen la geometria en profunditat?

geometria en profunditat”.

A més, creuen que a l'escala de l'1 al 4, sent 1 *Gens* i 4 *Molt*, el 46,7% gaudeix 3 (*bastant*) a les classes de geometria, seguit d'un 22,6% que asseguruen que en gaudeix 2 (*poc*). Quan al focus grup es va preguntar amb quines mancances es troben a l'hora de treballar la geometria a l'aula van respondre la manca de recursos. Tanmateix, quan se'ls va preguntar què els agradaria treballar diferent van respondre: “*Ampliant el material i els recursos*”, “*No quedar-nos tan anclats amb les fitxes i deixar-nos portar una mica més per sortir al pati...*”.

Una altra pregunta era si els docents se sentien satisfets amb el temps dedicat durant el curs al treball de la geometria. El 54,8% va respondre *poc* mentre que el 38,7% respongué *força*. Només el 4,8% afirma que *sí*. A diferència del focus grup que les mestres van respondre: “*Sí en el temps però no en la forma*”.

Finalment, a l'hora de valorar el seu grau de coneixement general sobre la geometria el 59,7% considera que és *Bo*, el 33,9% *Just* i només el 6,5% *Molt alt*. D'altra banda, a la figura 5 es veuen els resultats de quan se'ls va demanar si creien que necessitaven ampliar la seva formació per millorar l'ensenyament de la geometria a una escala de l'1 al 4, sent 1 *No* i 4 *Sí*, el 53,2% diu 4 (*Sí*), el 25,8% va respondre 3, el 12,9% 2 i només el 8,1% restant *No*. A més, quan es va fer una pregunta semblant a aquesta al focus grup una de les mestres va respondre: “*Jo crec que la formació de geometria de Cicle Mitjà ja la tenim*” i una altra mestra digué que els aniria molt bé fer un intercanvi d'experiències amb mestres d'altres escoles per dur a terme activitats més significatives.



**Figura 5.** *Necessiten els mestres ampliar la seva formació?*



## Conclusions

Aquest estudi pretenia respondre els dos interrogants inicials:

- Quin grau de competència i de didàctica de la geometria tenen els mestres de Cicle Mitjà?
- Quina és la manera actual de fer i d'entendre la geometria de mestres de Cicle Mitjà de diverses escoles?

D'una banda, pel que fa al primer interrogant i prenent de referència els resultats d'aquest estudi, afirmem que els mestres de Cicle Mitjà tenen un grau escàs de competència i de didàctica de la geometria.

En primer lloc, no és un objectiu principal dels mestres perquè no comencen el curs fent geometria sinó que la deixen pel final a part que no engloben altres àmbits de l'aprenentatge amb aquest.

En segon lloc, en el llenguatge habitual de Matemàtiques no fan servir gaire els conceptes geomètrics.

En tercer lloc, els mestres donen a la geometria la mateixa importància que li dona el llibre de text, o sigui, més aviat poca. Tot i així sembla que tant els mestres com els alumnes estan satisfets de l'ensenyament-aprenentatge de la geometria, agrada tant ensenyar-la com treballar-la.

En quart lloc, són els mateixos mestres els que diuen que haurien de tenir més interès en promoure un ensenyament-aprenentatge més innovador i significatiu. Els agradaria ensenyar-la de forma més pràctica i manipulativa per així fer-los-la viure més. Possiblement en l'àmbit de la geometria els fa la sensació que ja saben prou els conceptes bàsics, històricament no hi ha hagut interès per formar-se més i tampoc dinamisme per trobar alternatives metodològiques i nous materials per a l'ensenyament/aprenentatge. No s'hi dedica prou atenció i per això no es millora.

Finalment, els docents afirmen que tenen prou coneixement però que tot i així necessitarien rebre més formació. En cap moment de l'estudi han fet propostes metodològiques, materials específics de geometria o maneres de fer gaire diferents al mateix que s'està fent des de fa anys. Tanmateix, reconeixen que tenir materials per treballar-la és més qüestió de pensar-hi que no pas de pressupost. No tenen ni perquè

ser cars ni complicats.

D'altra, en relació al segon interrogant, tenint en compte els resultats de l'estudi i pel que fa a la manera de fer, d'entendre i de treballar la geometria amb els alumnes, la manera de fer dels mestres de Matemàtiques respecte l'àmbit de la geometria no ha evolucionat gaire i per tant la didàctica tampoc no ha canviat ja que es centren més en les fitxes, els controls i les activitats tradicionals que en un aprenentatge més significatiu.

Prenent els resultats de l'estudi de referència, la gran majoria de mestres encara es centren en la geometria plana i el treball amb cossos geomètrics però no treballen gaire sobre l'entorn immediat de l'alumne ni amb recursos originals i/o senzills. A més, aquest àmbit de les Matemàtiques s'acostuma a treballar cap a final de trimestre o de curs. La manca de temps és un dels motius pel qual els mestres diuen que no ensenyen la geometria amb profunditat, seguit de la major importància que li donen a la numeració i al càlcul. També, desaprofiten l'ocasió de treballar la geometria en els projectes interdisciplinars de Cicle.

Tanmateix, creiem que els mestres reflecteixen en la seva tasca el fet que socialment no es dóna gaire importància a la geometria, tot i que ells afirmen que sí que li'n donen suficientment.

Per concloure, fa la sensació que els mestres han respost més el que voldrien fer i no pas el que fan, alhora que no sabem si han sigut prou precisos a l'hora de respondre el qüestionari. Però el que sí que està clar és que hi ha un dèficit en l'ensenyament i en l'aprenentatge de la geometria.

La present recerca ens ha servit per demostrar que actualment la manera de fer i d'entendre la geometria dels mestres de matemàtiques de Cicle Mitjà segueix sent semblant que la de fa anys. Seria interessant dur a terme futures recerques que recollissin una mostra més àmplia de l'aprenentatge dels alumnes del Cicle i la seva opinió sobre aquest àmbit de les Matemàtiques.

## Referències bibliogràfiques

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M. (1989). Invitación a la didáctica de la geometría (1a ed.). Madrid: Editorial Síntesis.

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M. (1991). Materiales para construir la geometría (1a ed.). Madrid: Editorial Síntesis.

Alsina, C., Fortuny, J. M., Pérez,R. (1997). ¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO (1ª ed). Madrid: Editorial Síntesis.

Andonegui, M. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático. *Cuaderno N° 12 Geometría: conceptos y construcciones elementales*. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría.

Balaux, A. (2003). Manual de matemàtiques del professor de Primària (1a ed.). Barcelona: Edicions de la Universitat de Barcelona.

Barrantes, M i Blanco. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (2), 241-250.

Calvo, X. (2002). La geometría: de las ideas del espacio al espacio de las ideas en el aula. *Claves para la innovación educativa* (1a ed.). Barcelona: Graó.

Cela, J. (1997). Les matemàtiques a primària. *Persepectiva escolar*, 11, 5-7.

Del Pozo, M. (2013). *Inteligencias múltiples en acción (2a edició)*. Barcelona: Teckman Books.

Del Pozo, M. (2011). *Una experiencia a compartir: Las Inteligencias múltiples en el Colegio Montserrat (1a ed.)*. Barcelona: Teckman Books.

Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya (2015). *DECRET 119/2015, de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyament de l'Educació Primària*. Recuperat el 22 de març de 2016 de:

[http://dogc.gencat.cat/ca/pdogc/canals\\_interns/pdogc/resultats\\_fitxa/?action=fitxa&documentId=696985&language=ca\\_ES](http://dogc.gencat.cat/ca/pdogc/canals_interns/pdogc/resultats_fitxa/?action=fitxa&documentId=696985&language=ca_ES)

Fouz, F., De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un paseo por la Geometría*. Recuperat el 8 de desembre de 2015 de: <http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20H>

[ele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](#)

Gamboa, R., Vargas, G. (2013). The Van Hiele Model and the teaching of the Geometry. *Revista Uniciencia Vol. 27, N°. 1. (74-94)*.

García, C. (2015). Teoria de les intel·ligències múltiples. *Mum's: Catalunya central, 2, 12*.

García, S. (2008). La enseñanza de la geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa. (1a ed.). México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Generalitat de Catalunya (2009). *Curriculum d'Educació Primària*. Barcelona: Serveis de comunicació, difusió i publicacions de la Generalitat de Catalunya.

Generalitat de Catalunya (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Barcelona: Serveis de comunicació, difusió i publicacions de la Generalitat de Catalunya.

INEE (2012). TEDS-M. Estudio Internacional sobre la formación inicial en Matemáticas de los maestros. Informe Español. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Martínez, M., Rivaya, F.J. (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría* (1a ed.). Madrid: Editorial Síntesis.

National Council of Teachers of Mathematics. (2013). *Principios para la Acción*. Recuperat el 7 de desembre de 2015 de: [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards and Positions/Principles to Actions/PtAEExecutiveSummary\\_Spanish.pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards and Positions/Principles to Actions/PtAEExecutiveSummary_Spanish.pdf)

Ortega, A. i Gómez, Y. (2013). Descobreix la geometria i viu-la. *Graó*, 291, 49-56.

Prat, M. "Els nivells de Van Hiele". Universitat Ramon Llull. Facultat de psicologia, Ciències de l'Educació i de l'Esport-Blanquerna. PowerPoint. 2015.

Ramírez, H. R. (2008). *El planteamiento crítico de la geometría Euclidiana*. (Tesi doctoral no publicada). Universitat de San Carlos, Guatemala.

SAEM Thales (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática (2ª ed.). Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Seco, M. (2005). Real Academia Española. (5a ed.). Madrid: Santillana.

# ANNEX

# Competència matemàtica: l'àmbit de la geometria a Cicle Mitjà

Estic estudiant 4t curs del Grau d'Educació Primària a Blanquerna-URL i preparo el Treball Final de Grau sobre l'àmbit de la GEOMETRIA a Cicle Mitjà.

A continuació, trobarà una sèrie de preguntes sobre geometria. Llegeixi cada frase i indiqui, si us plau, la resposta que s'ajusti més a les seves referències.

Les seves respostes seran anònimes.

Moltes gràcies per avançar per la seva col·laboració,

Marta Salvadó

\* **Necessari**

## 1. Gènere \*

- Home
- Dona

## 2. Edat \*

- 22-35
- 36-45
- 46-55
- Més de 55

## 3. És mestre/a \*

- Tutor
- Especialista

## 4. El seu centre és: \*

- Públic
- Concertat
- Privat

**5. L'escola està a: \***

- Barcelona
- Fora de Barcelona

**6. Quan treballa la geometria (durant el curs)? \***

- Cada trimestre
- Setmanalment
- Primer trimestre
- Segon trimestre
- Tercer trimestre
- Mai

**7. La geometria que treballa al seu curs és plana o també amb volum (cossos geomètrics)? \***

- Plana
- Volum
- Ambdós

**8. A la seva escola es treballa la geometria de forma manipulativa? \***

- Molt
- Força
- Poc
- Gens

**9. A l'escola disposa de suficients recursos materials per a l'ensenyament/aprenentatge de la geometria? \***

- Sí
- Força
- Pocs
- No

**10. Quins materials utilitza per ensenyar geometria? \***

- Llibre
- Cossos geomètrics
- Pissarra digital
- Fitxes
- Geoplà
- Tàngram
- Mosaic
- Altres

**11. En cas que la resposta anterior sigui "Altres", quins són?**

**12. El material de geometria pertany a l'escola o cada alumne/a porta el seu? \***

- Escola
- Particular de cada alumne/a
- Uns de l'escola i altres de l'alumne

**13. Quina prioritat dóna a la geometria dins de l'àrea de les Matemàtiques? \***

1 2 3 4

Gens     Molt

**14. Creu que la societat dóna la suficient importància a l'aprenentatge de la geometria a l'Ed. Primària? \***

1 2 3 4

No     Sí

**15. Creu que els termes geomètrics s'utilitzen prou en el llenguatge quotidià? \***

1 2 3 4

No     Sí



**16. Creu que l'estudi de la geometria permet desenvolupar en els alumnes la seva percepció de l'espai? \***

1 2 3 4

Gens     Molt

**17. Promou en els alumnes la identificació d'elements i cossos geomètrics de l'entorn? \***

- Molt
- Bastant
- Poc
- Gens

**18. Considera que amb alguns models geomètrics (polígons i poliedres) es poden comprendre millor altres conceptes matemàtics? \***

- Sí
- No

**19. Creu que la geometria s'aplica a la realitat (a la vida quotidiana, l'escultura, l'astronomia, l'esport, etc)? \***

1 2 3 4

No     Sí

**20. Ensenya la geometria als seus alumnes com li van ensenyar a vostè? \***

- Igual
- Semblant
- Força diferent
- Totalment diferent

**21. Ensenya els continguts de geometria del Currículum d'Ed. Primària? \***

- Tots
- Força
- Alguns
- No conec prou el que indica el Currículum sobre geometria

**22. Creu que els seus alumnes gaudeixen a les classes de geometria? \***

1 2 3 4

Gens     Molt

**23. Quin mètode d'avaluació utilitza? \***

- Resolució d'exercicis
- Projecte
- Portfoli
- Entrevista
- Control
- Treball cooperatiu
- Diari de camp

**24. Creu que ensenya la geometria en profunditat? \***

- Sí
- No, per manca de temps
- No, per poca formació
- No, perquè es dóna més importància a la numeració i al càlcul
- No, per manca de material
- Altres

**25. En cas que la resposta anterior sigui "Altres", quins motius són?**

**26. Al projecte interdisciplinari del curs que imparteix hi ha continguts de geometria? \***

- Molts
- Força
- Pocs
- No

**27. Se sent satisfet amb el temps dedicat durant el curs al treball de la geometria? \***

- Sí
- Força
- Poc
- No

**28. Creu que durant el curs s'hauria de dedicar més temps al treball de la geometria? \***

1 2 3 4

No     Sí

**29. Valori el seu grau de coneixement general sobre la geometria \***

Molt alt

Bo

Just

Escàs

**30. Creu que necessitaria ampliar la seva formació per millorar l'ensenyament de la geometria? \***

1 2 3 4

No     Sí

## **PAUTA GRUP DE DISCUSSIÓ: GEOMETRIA**

**Data:** 14 de març de 2016.

**Hora:** 13h.

**Durada:** 30 minuts aproximadament.

**Participants:** quatre mestres de Cicle Mitjà d'una escola del barri d'Horta de Barcelona.

Benvolgudes,

Moltes gràcies per participar en aquest focus grup que forma part del procés del meu Treball Final de Grau de recerca anomenat *Competència matemàtica: l'àmbit de la geometria a Cicle Mitjà*. Aquest TFG busca resposta a conèixer quin grau de competència i de didàctica de la geometria tenen els mestres de Cicle Mitjà i quina és la manera de fer i d'entendre la geometria actual dels mestres del segon cicle d'Educació Primària.

Així doncs, l'objectiu de la trobada és posar en comú la manera de fer i de viure la geometria que teniu les quatre mestres de Cicle Mitjà d'aquesta escola del barri d'Horta de Barcelona, quina importància doneu a l'àmbit de la geometria envers els altres continguts de Matemàtiques de Cicle Mitjà i quin és el vostre grau de satisfacció en l'ensenyament.

Per fer una recollida completa de la discussió demano l'autorització per enregistrar la conversa mantenint-ne l'anonimat.

He plantejat les següents preguntes en relació als objectius del TFG:

- **Conèixer la manera de fer i de viure la geometria de mestres de Cicle Mitjà de diverses escoles.**

Com treballeu la geometria? Quina metodologia empreu?

Quins materials i recursos utilitzeu?

Com podríeu fer viure la geometria en els alumnes?

Què creieu que els motiva i/o interessa més?

Què comprenen amb més facilitat?

Als alumnes, què els costa més comprendre? Com ho podeu abordar? (Propostes)  
Si s'hagués d'incloure la geometria en un projecte interdisciplinar, amb quines altres àrees escolliríeu treballar-la?

- **Valorar la importància que donen els mestres a l'àmbit de la geometria envers els altres continguts de Matemàtiques de Cicle Mitjà.**

Quina importància doneu a la geometria dins de l'àrea de matemàtiques? Per què?  
Quines altres habilitats permet desenvolupar l'estudi de la geometria?  
Creieu que hi hauríeu de dedicar més temps? Com?

- **Copsar el grau de satisfacció en l'ensenyament de la geometria dels mestres de Cicle Mitjà.**

Us sentiu satisfetes amb el temps dedicat al treball de la geometria?  
Amb quines mancances us trobeu alhora de treballar la geometria a l'aula?  
Què us agradaria treballar diferent? Com?  
En quins àmbits de la geometria necessiteu millorar la vostra formació?